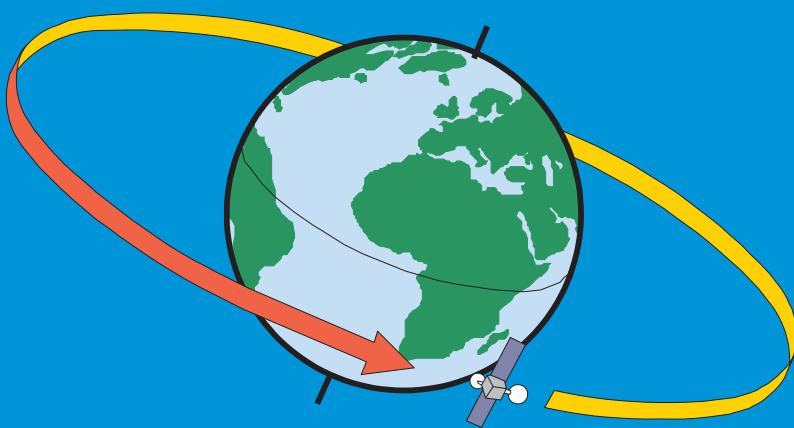




UDK 62.001.6(088.8)

YU ISSN 0353-2631

# INOVACIJE I RAZVOJ



**Izdavač:**

Institut za rudarstvo i metalurgiju, Bor  
Naučnotehnološka informatika

**Za izdavača imenuje se:**

Prof. dr Vlastimir Trujić

**Redakcioni odbor:**

Prof. dr Čedomir Knežević  
Dr Miroslav Ignjatović  
Mr Dušan Radivojević  
Mira Antić, dipl.ecc.  
Dr Dragan Milivojević  
Prof. dr Danko Davcev

**Izdavački odbor:**

Blaža Lekovski, dipl.inž.  
Nebojša Bućan, dipl. inž.  
Dragoljub Cvetković, dipl. inž.  
Mr Bojan Drobnjaković, dipl. inž.

**Glavni i odgovorni urednik:**

Dr Mile Bugarin

**Zamenik glavnog i odgovornog urednika**

Đorđe Stanković, dipl. inž.

**Urednik:**

Vesna Marjanović, dipl.inž.

**Lektor:**

Ljubiša Aleksić, prof.

**Priprema za štampu:**

Institut za rudarstvo i metalurgiju  
Ljiljana Mesarec, teh.

**Adresa redakcije:**

Institut za rudarstvo i metalurgiju  
19210 Bor  
Zeleni bulevar 35  
Telefoni: 030/435-198  
Fax: 030/435-175  
E-mail: nti@irmbor.co.rs

**Štampa:**

Grafomed trade Bor

**Tiraž:** 100 primeraka

**Publisher:**

Mining and Metallurgy Institute, Bor  
Scientific-technological Informatics

**For Publisher:**

Prof. D. Sc. Vlastimir Trujić

**Editorial Board:**

Prof. D. Sc. Čedomir Knežević  
D. Sc. Miroslav Ignjatović  
M. Sc. Dušan Radivojević  
Mira Antić, B. Sc.Econ.  
D. Sc. Dragan Milivojević  
Prof. D. Sc. Danco Davcev

**Publishing Board:**

Blaža Lekovski, B. Eng.  
Nebojša Bućan, B. Eng.  
Dragoljub Cvetković, B. Eng.  
M. Sc. Bojan Drobnjaković

**Editor in-chief**

D. Sc. Mile Bugarin

**Deputy Editor-in-chief**

Đorđe Stanković, B.Eng.

**Editor:**

Vesna Marjanović, B. Eng.

**Proofreading:**

Ljubiša Aleksić, prof.

**Printed in:**

Mining and Metallurgy Institute, Bor  
Ljiljana Mesarec

**Editorial Office Address:**

Mining and Metallurgy Institute  
19210 Bor,  
35 Zeleni bulevar  
Phone: 030/435-198  
Fax: 030/435-175  
E-mail: nti@irmbor.co.rs

**Printing:**

Grafomed trade Bor

**Circulation:** 100 copies

**UDK:621.65:662.91(045)=861**

## **STATIČKE KARAKTERISTIKE U FUNKCIJI ODREĐIVANJA RADNIH REŽIMA CIRKULACIONIH PUMPI INSTALACIJE CENTRALNOG TOPLOVODNOG GREJANJA SNAGE 100 KW**

### **STATIC CHARACTERISTICS IN FUNCTION OF THE DETERMINATION OF THE OPERATING REGIMES OF CIRCULATING PUMPS AT A CENTRAL WARM WATER HEATING INSTALLATION WITH POWER CONSUMPTION OF 100 KW**

Branislav Rajković, Radmilo Rajković, Zoran Ilić

Institut za rударство и металургију Бор

#### **IZVOD**

*U ovom radu je, na primeru instalacije centralnog toplovodnog grejanja snage 100 kW za potrebe klasirnice uglja, dat postupak dobijanja statičkih karakteristika u svrhu određivanja radnih režima cirkulacionih pumpi. Statičke karakteristike su dobijene analitičkim postupkom proračuna na bazi tehnoloških parametara rada instalacije za odgovarajuće klimatske uslove. Na ovaj način prikazan je rad instalacije za svako stacionarno stanje sistema koje je od interesa za njegovo dimenzionisanje i regulaciju.*

**Ključne reči:** instalacija centralnog toplovodnog grejanja snage 100 kW, statičke karakteristike, radni režimi cirkulacionih pumpi.

#### **ABSTRACT**

*In this work, at the example of a central warm water heating installation with power consumption of 100 kW for the necessity of a Coal classification plant, it is given the procedure for obtaining statical characteristics for the purpose of the determination of the operating regimes of circulating pumps. The statical characteristics are obtained by analytical calculation procedure on the basis of the technological parametars of installation operation for corresponding climate conditions. In that way it is shown the operation of the installation for every stationary state which is of interest for its designing and regulation.*

**Key words:** central warm water heating installation with power consumption of 100 kW, statical characteristics, operating regimes of circulating pumps.

## UVOD

Zbog opasnosti od niskotemperaturne korozije opšti tehnički uslovi za projektovanje i montažu instalacija sadržani u JUS M.E6.011 predviđaju da svi kotlovi na gasovito i tečno gorivo, kao i čelični kotlovi na čvrsto gorivo snage preko 50 kW, u instalacijama centralnog grejanja moraju imati ulaznu temperaturu iznad 65°C. Zbog toga se u instalaciji koja je predmet ovog razmatranja, osim cirkulacione pumpe koja obezbeđuje prinudnu cirkulaciju grejnog fluida-tople vode, nalazi i cirkulaciona pumpa za zaštitu hladnog kraja kotla. Dimenzionisanje elemenata instalacije radi se na osnovu projektnih uslova, međutim da bi se sagledalo ponašanje sistema i dimenzionisali određeni elementi instalacije pri opterećenjima manjim od nominalnog, potrebno je odrediti staticke karakteristike.

## TEHNIČKI OPIS

Klasirnica uglja predstavlja postrojenje namenjeno za prosejavanje sirovog uglja na odgovarajuće frakcije, njegovo skladištenje i transport. Da bi se ostvarili komforни uslovi za rad rukovalaca predviđen je sistem centralnog grejanja koji treba da obezbedi unutrašnju projektну temperaturu u klasirnici od 15°C. Kao izvor toplove izabran je čelični kotao na čvrsto gorivo-mrki ugalj snage 100 kW sa regulatorom promaje. Instalacija je izvedena kao dvocevno pumpno toplovodno grejanje sa konstantnom temperaturom razvodne vode od 90°C. Temperatura povratne vode pri nominalnom opterećenju iznosi 70°C. Prinudna cirkulacija grejnog fluida ostvaruje se cirkulacionom pumpom tipa TOP-S 25/5 3~ PN10. Za održavanje konstantne temperature na ulazu u kotao od 70°C predviđena je kratka veza između potisnog i usisnog priključka kotla u kojoj se nalazi cirkulaciona pumpa za zaštitu hladnog kraja kotla istog tipa kao i prethodna. Grejna tela su cevni registri koji predstavljaju adekvatan izbor s obzirom na vrstu postrojenja. Za kompenzaciju temperaturne dilatacije vode predviđen je otvoreni ekspanzion sud zapremine 150 l. Spoljna projektna temperatura je -21°C.

Regulacija kapaciteta instalacije ostvarena je promenljivom količinom vode pri konstantnoj temperaturi razvodne vode.

U instalaciji postoje tri regulaciona kruga:

1. Regulacioni krug za održavanje konstantne temperature vode na izlazu iz kotla od 90°C preko regulatora temperature (na izlazu) iz kotla koji deluje na regulator promaje kao „izvršni organ“.

2. Regulacioni krug za održavanje konstantne temperature na ulazu u kotao od 70°C preko regulatora temperature (na ulazu u kotao) koji deluje na motorni regulacioni ventil u kratkoj vezi (u kojoj se nalazi cirkulaciona pumpa za zaštitu hladnog kraja kotla) kao „izvršni organ“.
3. Regulacioni krug za održavanje konstantne unutrašnje projektne temperature od 15°C u grejanom prostoru preko regulatora temperature u prostoriji koji deluje na motorni regulacioni ventil iza cirkulacione pumpe.

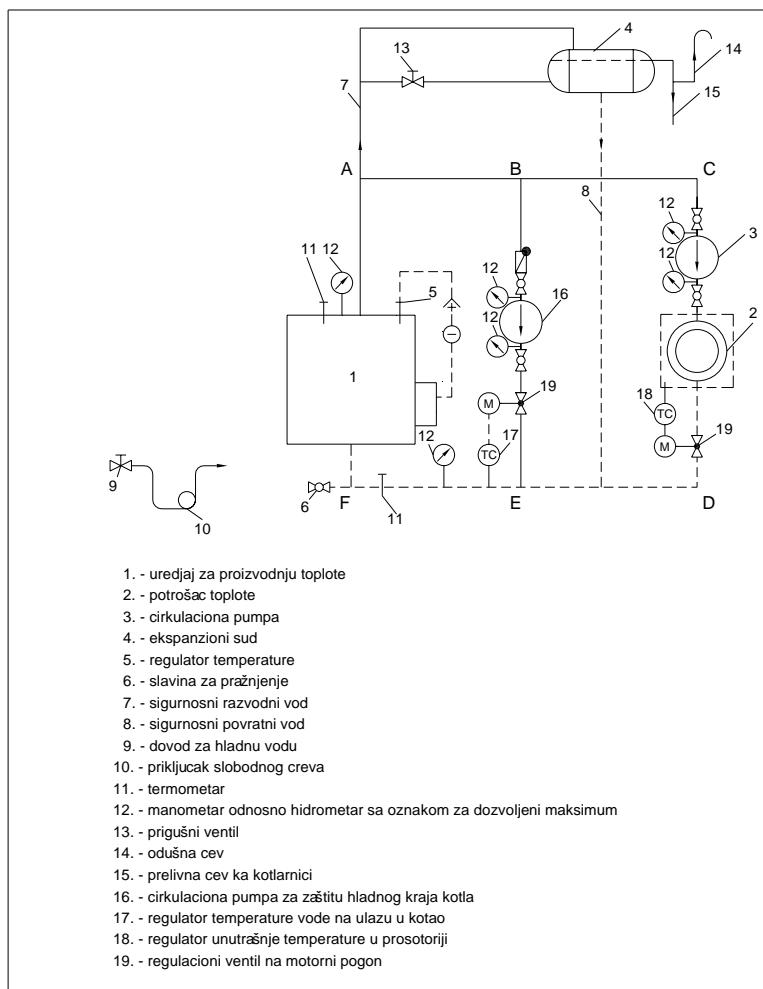
Način rada instalacije je sledeći:

Kada se opterećenje smanjuje u odnosu na nominalno, odnosno kada se spoljna temperatura povećava iznad -21°C, regulator promaje se zatvara smanjujući kapacitet kotla, motorni regulacioni ventil u kratkoj vezi, kao što ćemo videti u diskusiji proračuna, reaguje dvojako zavisno od opterećenja, dok motorni regulacioni ventil iza cirkulacione pumpe prigušuje protok kroz grejna tela. Kada se opterećenje povećava, regulacija se odvija obrnutim redom.

Način rada instalacije vidljiv je sa tehnološke šeme.

**Tabela 1.** Tehničke karakteristike cirkulacione pumpe u nominalnom režimu

<b>CIRKULACIONA PUMPA</b>		
<b>Naziv</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Napomena</b>
Tip		TOP-S 25/5 3~ PN10
Proizvođač		WILO
Priraštaj pritiska	Pa	24514
Zapreminski protok	m <sup>3</sup> /h	4,416
Snaga elektromotora	kW	0,132
Broj obrtaja	min <sup>-1</sup>	2650
Priklučne prirubnice		PN10 Rp 1/G 1 1/2



*Slika 1. Tehnološka šema instalacije centralnog grejanja klasirnice uglja*

## PRORAČUN STATIČKIH KARAKTERISTIKA

1. Ulagani podaci:

- $t_{en} = -21 [{}^{\circ}\text{C}]$  - spoljna projektna temperatura
- $t_i = 15 [{}^{\circ}\text{C}]$  - unutrašnja temperatura
- $Q_n = 100 [\text{kW}]$  - nominalna snaga

- $c_p = 4,195 \left[ \frac{kJ}{kgK} \right]$  -specifična toplota vode
  - $t_r = 90 [{}^{\circ}C]$  -temperatura razvodne vode
  - $t_{pn} = 70 [{}^{\circ}C]$  -temperatura povratne vode u nominalnom režimu
  - $t_{mes} = 70 [{}^{\circ}C]$  -temperatura vode na ulazu u kotao
  - $n + 0,33$  -proračunski koeficijent za cevne registre
2. Srednja temperaturna razlika predajnika i prijemnika toplote pri nominalnom opterećenju:

$$\Delta t_n = \frac{t_r + t_{pn}}{2} - t_i = \frac{90 + 70}{2} - 15 [{}^{\circ}C] = 65 [{}^{\circ}C]$$

3. Srednja temperatura predajnika toplote u zavisnosti od spoljne temperature  $t_e$ :

$$t_m = t_i + \Delta t_n \left( \frac{t_i - t_e}{t_i - t_{en}} \right)^{\frac{1}{1+n}} = 15 + 65 \cdot \left( \frac{15 - t_e}{15 - (-21)} \right)^{\frac{1}{1+0,33}} [{}^{\circ}C]$$

4. Temperatura povratne vode u zavisnosti od spoljne temperature te dobija se iterativnim postupkom preko sledeće jednačine:

$$t_m = \frac{t_r - t_p}{\ln \frac{t_r - t_i}{t_p - t_i}} + t_i = \frac{90 - t_p}{\ln \frac{75}{t_p - 15}} + 15 [{}^{\circ}C]$$

5. Opterećenje u zavisnosti od spoljne temperature  $t_e$ :

$$Q = Q_n \left( \frac{t_m - t_i}{\Delta t_n} \right)^{1+n} = 100 \cdot \left( \frac{t_m - 15}{65} \right)^{1+0,33} [kW]$$

6. Maseni protok vode kroz grejna tela, odnosno cirkulacionu pumpu:

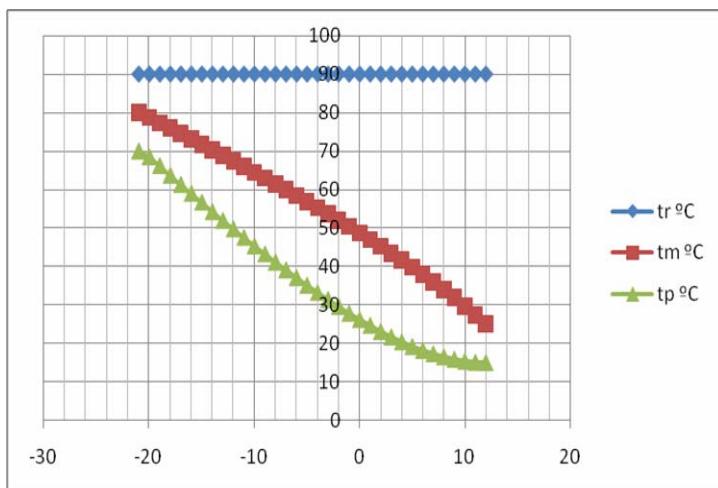
$$m_I = \frac{Q}{C_p(t_r - t_p)} = \frac{Q}{4,195(90 - t_p)} \left[ \frac{kg}{s} \right]$$

7. Maseni protok vode kroz kratku vezu, odnosno cirkulacionu pumpu za zaštitu hladnog kraja kotla:

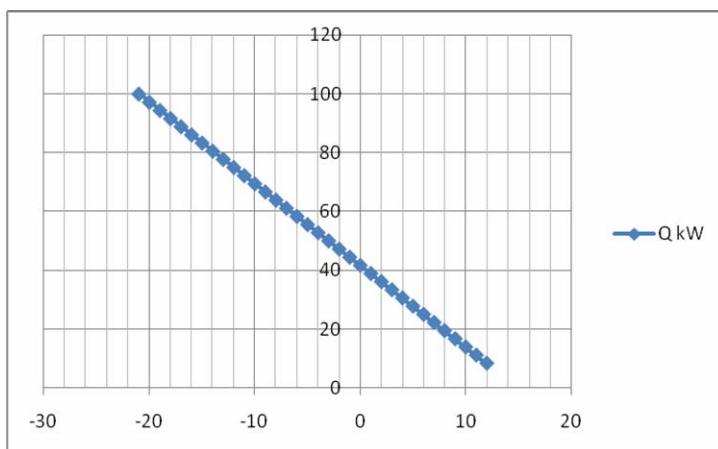
$$m_2 = m_1 \frac{t_{mes} - t_p}{t_r - t_{mes}} + m_1 \frac{70 - t_p}{90 - 70} \left[ \frac{kg}{s} \right] + m_1 \frac{70 - t_p}{20} \left[ \frac{kg}{s} \right]$$

8. Maseni protok vode kroz kotao:

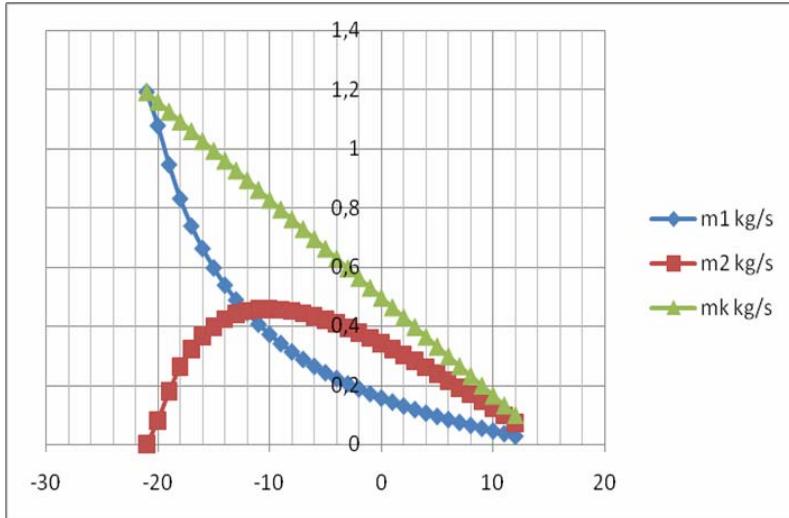
$$m_k + m_1 + m_2 \left[ \frac{kg}{s} \right]$$



**Dijagram 1.** Karakteristične temperature vode u funkciji od spoljne temperature



**Dijagram 2.** Opterećenje kotla u funkciji od spoljne temperature



Dijagram 3. Karakteristični maseni protoci vode u funkciji od spoljne temperature

### DISKUSIJA PRORAČUNA

Rezultati proračuna su grafički predstavljeni dijagramima 1, 2 i 3 u kojima su date sledeće statičke karakteristike:

$$1.1. t_r = f(t_e)$$

$$1.2. t_m = f(t_e)$$

$$1.3. t_p = f(t_e)$$

$$2.0. Q = f(t_e)$$

$$3.1. m_1 = f(t_e)$$

$$3.2. m_2 = f(t_e)$$

$$3.3. m_k = f(t_e)$$

gde su  $t_r$ ,  $t_m$  i  $t_p$  sukcesivno: temperature razvodne vode, srednja temperatura vode u grejnim telima, temperatura povratne vode; zatim  $Q$  opterećenje kotla i  $m_1$ ,  $m_2$  i  $m_k$  maseni protoci vode kroz grejna tela, kratku vezu i kotao.

U statičkim karakteristikama koje predstavljaju funkcionalnu zavisnost izlazne veličine od ulazne u stacionarnim uslovima, kao nezavisna promenljiva figuriše te. Ona uzima vrednosti od  $-21^\circ\text{C}$ , što je spoljna projektna temperatura

kojoj odgovara maksimalno opterećenje instalacije, do  $12^{\circ}\text{C}$ , koliko iznosi granična temperatura za izračunavanje stepen-dana i kojoj odgovara minimalno opterećenje instalacije.

Sve statičke karakteristike su monotone, odnosno povećavaju se sa povećanjem opterećenja i obrnuto, osim krive  $m_2 = f(t_e)$  koja ima maksimum za  $t_e = -10^{\circ}\text{C}$ . Temperatura vode na ulazu u kotao  $t_{mes} = 70^{\circ}\text{C}$  održava se konstantnom mešanjem razvodne vode koja ima konstantnu temperaturu  $t_r = 90^{\circ}\text{C}$  sa povratnom vodom u određenom odnosu koji zavisi od opterećenja (vidi dijagram 3). To znači da će se pri spoljnim temperaturama nižim od  $t_e = -10^{\circ}\text{C}$  pri povećanju opterećenja smanjivati protok vode kroz kratku vezu, odnosno cirkulacionu pumpu za zaštitu hladnog kraja kotla, a pri spoljnim temperaturama višim od  $t_e = -10^{\circ}\text{C}$  dešavati obrnuto. Regulisanje protoka u ovom slučaju ostvaruje se prigušivanjem pomoću regulacionih ventila na motorni pogon, ali ono može biti rešeno i na drugi način npr. uključivanjem i isključivanjem pumpe, primenom obilaznog voda-bajpasa, promenom brzine pumpe itd. Izbor optimalnog načina regulisanja zavisi od tehničkih karakteristika pumpe, kotla i instalacije u celini, kao i od nivoa automatizacije.

Radna tačka, kako cirkulacione pumpe tako i cirkulacione pumpe za zaštitu hladnog kraja kotla, nalazi se na radnoj krivoj pumpe za odgovarajući protok. Radi hidrauličke analize instalacija će biti uslovno podeljena na sledeće deonice (vidi tehnološku šemu):

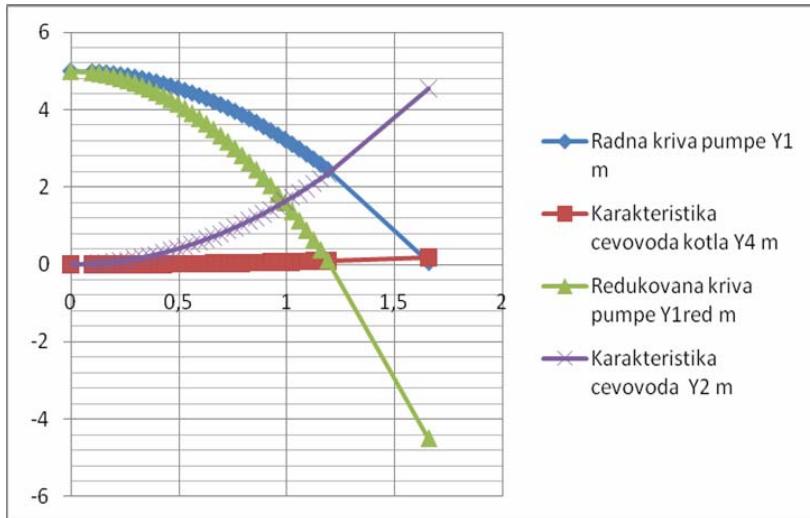
1. Cevovod 2 – po konturi BCDE
2. Cevovod 3 – po konturi BE
3. Cevovod kotla 4 – po konturi EFAB

Ovde se postavlja pitanje koliko treba prigušivati regulacione ventile na motorni pogon da bi se željeni protoci ostvarili u svakom radnom režimu. Odgovor na ovo pitanje daje analiza u  $Y-\dot{m}$  dijagramu, gde je  $Y$  priraštaj pritiska u mVS, a  $\dot{m}$  maseni protok u kg/s.

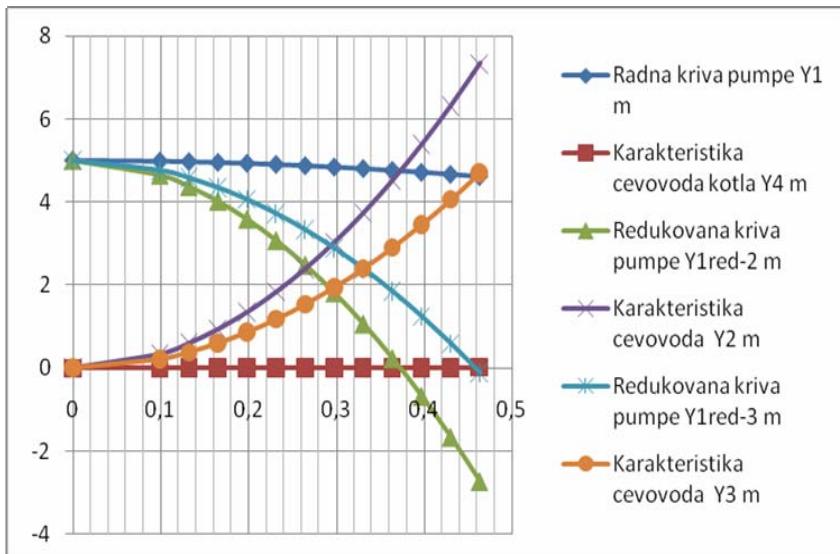
U nominalnom režimu protok kroz cevovod 3 ravan je nuli. Protoku u nominalnom režimu odgovara jedna tačka na krivoj gubitaka cevovoda kotla Y4. Kroz ovu tačku mora proći redukovana kriva pumpe Y1 red. Karakteristika cevovoda Y2 dobija se oduzimanjem redukovane krive pumpe Y1 red od same krive pumpe Y1. Poznavajući karakteristiku cevovoda Y2 lako se određuje potreban pad pritiska na regulacionom ventilu (vidi dijagram 4).

U nekom proizvoljnem radnom režimu cirkulacione pumpe rade u paralelnoj sprezi. Protoku kroz kotao odgovara jedna tačka na krivoj gubitaka cevovoda kotla Y4. Ova tačka definiše napor, a protoci u odgovarajućim deonicama protok kroz koji moraju proći redukovane krive pumpi Y1red-2 i

Y1red-3. Karakteristike cevovoda Y2 i Y3 dobijaju se oduzimanjem odgovarajućih redukovanih krivih pumpe od same krive pumpe (vidi dijagram 5).



Dijagram 4.  $Y-\dot{m}$  dijagram u nominalnom režimu



Dijagram 5.  $Y-\dot{m}$  dijagram pri 70% opterećenja

## ZAKLJUČAK

Iako to može biti čest slučaj u praksi, teoretska razmatranja u npr. [2] ne analiziraju slučaj instalacije centralnog grejanja sa paralelnom spregom cirkulacione pumpe i cirkulacione pumpe za zaštitu hladnog kraja kotla pri regulaciji promenom količine vode.

Kao što je pokazano, iz statičkih karakteristika se može eksplisitno odrediti ponašanje sistema u proizvoljnom radnom režimu, što je od značaja za njegovo dimenzionisanje i proračun eksplotacionih troškova.

Naravno, statičke karakteristike same po sebi predstavljaju osnovu za dinamičku analizu sistema, ali imajući u vidu da su u zimskim uslovima oscilacije spoljne temperature male amplitude, kao i da sistem radi bez prekida, one u ovom slučaju imaju nesumnjiv praktičan značaj.

## LITERATURA

- [1]. Todorović Branislav: Projektovanje postrojenja za centralno grejanje, MF, Beograd, 2005. god.
- [2]. Kulić Emin: Principi projektovanja sistema grijanja, SMEITS, Beograd, 1990. god.
- [3]. Katalog proizvođača pumpi „WILO“

**UDK:669.3(045)=861**

## **MODIFIKOVANI BAKAR: EKOLOŠKA ALTERNATIVA ZA Cu-Cd LEGURU**

### **MODIFIED COPPER: ECOLOGICAL ALTERNATIVE TO Cu-Cd ALLOY**

Aleksandra Ivanović, Branislav Čađenović, Emin Požega, Saša Ivanović

Institut za rударство и металургију, Бор

#### **IZVOD**

*Ovaj rad obuhvata istraživanje mogućnosti zamene legura Cu-Cd legurama bakra sa netoksičnim legirnim elementima koji uspešno mogu da zamene Cd u legurama bakra, čineći ih ekološki prihvatljivim.*

*Dodavanje malih količina kalaja, telura ili oba elemenata ima uticaja na pojedine mehaničke osobine, elektroprovodljivost, kao i na temperaturu rekristalizacije. Poznavanje ovih zavisnosti omogućava proizvođaču da odabere optimalni sadržaj Sn i Te u bakru kako bi se dobili električni provodnici relativno velike zatezne čvrstoće, a znatno povišene temperature omekšavanja hladnodeformisanog metala (trolna žica).*

**Ključне речи:** temperatura rekristalizacije, niskolegirani bakar sa kalajem i telurom

#### **ABSTRACT**

*The aim of this paper is to investigate ability of substitute Cu-Cd alloys with similar alloys without toxic element Cd.*

*On the basic of knowledge on the effect of these alloying elements on properties opened the possibility for substitution of Cu-Cd alloys, used for trolleywire, with low alloyed copper with different combination of tin and tellurium.*

**Key words:** recrystallization temperature, tin and tellurium low-alloyed copper

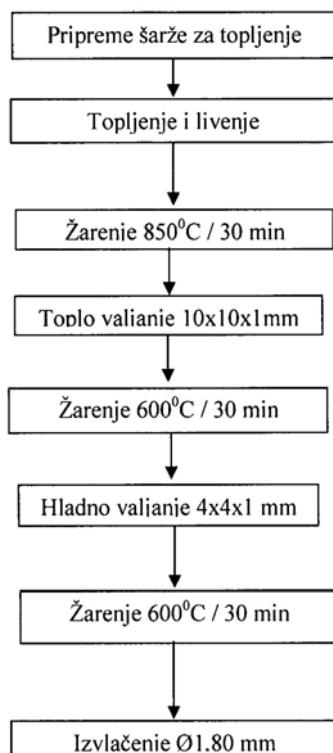
#### **UVOD**

I pored toga što su bakar i bakarne legure veoma dugo u upotrebi, a samim tim i podvrgavani različitim ispitivanjima, svojim ponašanjem i karakteristikama pri-

različitom tretiranju i danas su nepoznanica i predmet proučavanja u stručnim i naučnim krugovima. Jer, sve izraženiji deficit na tržištu, kao i ekološka prihvativost pojedinih legura bakra zahteva razvijanje legura bez toksičnih elemenata (npr. Cd) koje će moći u potpunosti da zamene one koje su do tada bile u upotrebi. Količina prisutnih primesa i legirajućih elemenata je determinišući faktor za sposobnost bakra i njegovih legura prilikom prerade u plastičnom stanju, a samim tim i mehaničke i eksploracione osobine [3]. Dodatkom malih količina legirnih elemenata (1) (reda veličine 0.1-1%, ponekad i više), mogu se znatno poboljšati određene osobine bakra, uz istovremeno ublažavanje drugih, nepoželjnih osobina. Na taj način nastale su niskolegirane vrste bakra sa specijalnim osobinama koje mogu da zadovolje stroge ekološke kriterijume primene uz konkurentnu cenu.

## EKSPERIMENTALNI DEO

Tok eksperimenta je dat na slici 1.



*Slika 1. Šema toka eksperimenta*

Po dobijanju žice ispitana je hemijski sastav, zatezna čvrstoća i izduženje u zavisnosti od ukupnog stepena deformacije, kao i izduženje na povišenim temperaturama i metalografska ispitivanja u cilju određivanja uticaja Sn i Te na stepen rekristalizacije.

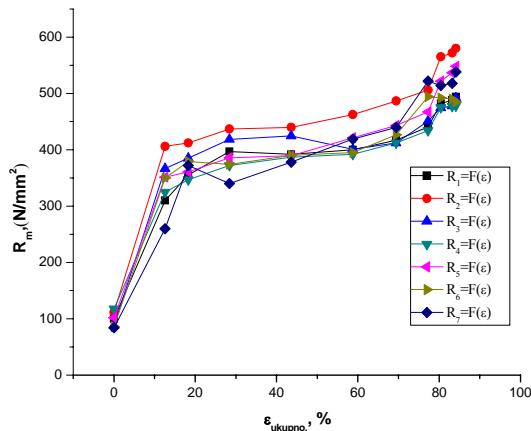
## REZULTATI ISPITIVANJA I DISKUSIJA

Rezultati hemijske analize ispitivanih uzoraka dati su u tabeli 1.

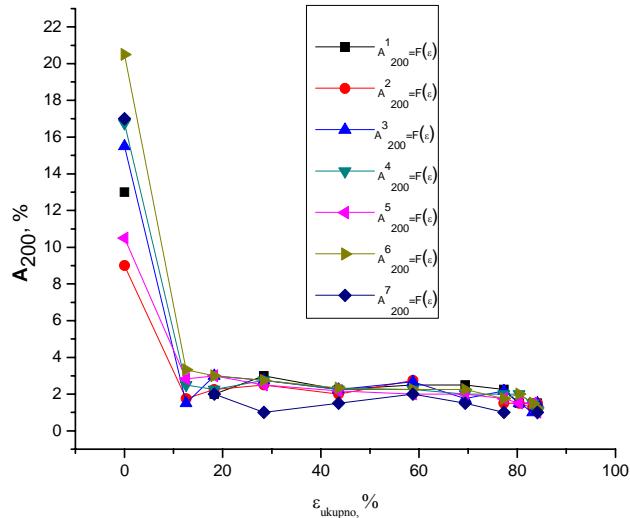
**Tabela 1.** Rezultati hemijske analize

Broj uzorka	Sn (%)	Te (%)	Cu (%)
1.	0,058	0,0092	ostatak
2.	0,580	0,0920	ostatak
3.	0,130	0,04	ostatak
4.	1,140	-	ostatak
5.	0,066	-	ostatak
6.	0,130	-	ostatak
7.	-	0,760	ostatak

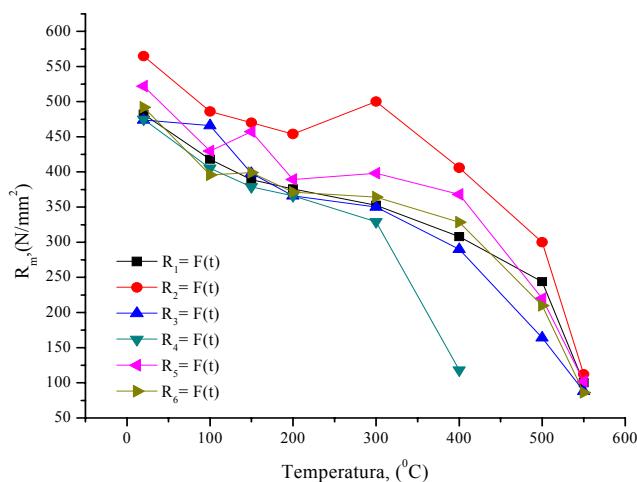
Rezultati mehaničkih ispitivanja uzoraka (zatezne čvrstoće i izduženja) dati su na slikama 2 i 3 respektivno. Na slikama 4. i 5. data je promena zatezne čvrstoće i izduženja na povišenim temperaturama.



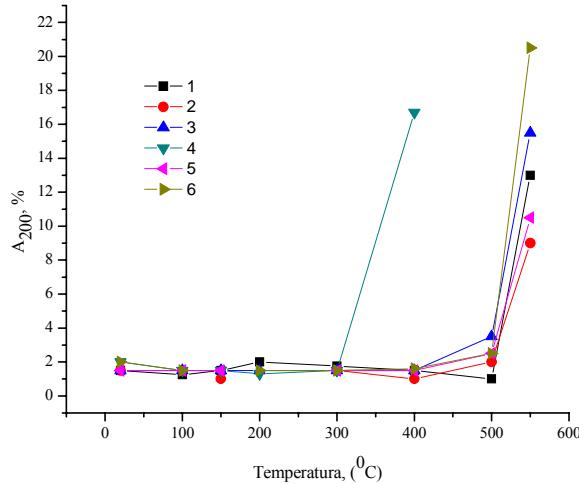
**Slika 2.** Zavisnost zatezne čvrstoće od ukupnog stepena deformacije



Slika 3. Zavisnost izduženja od ukupnog stepena deformacije



Slika 4. Zavisnost zatezne čvrstoće od temperature



Slika 5. Zavisnost izduženja od temperature

Tabela 2. Rezultati merenja elektroprovodnosti

Broj uzorka	Elektroprovodnost (% IACS )	
	Nežareno stanje	Žareno stanje
1	95,60	95,86
2	62,20	62,24
3	95,27	98,08
4	80,70	79,48
5	97,29	98,65
6	93,01	96,68
7	68,08	76,86

Metalografskim pregledom ustanovljeno je da uzorci žice pokazuju rekristalisanu strukturu sa poliedarskim zrnima karakterističnim za rekristalisani bakar [4], što ilustruju detalji mikrostrukture prikazani na slikama br. 6-11.



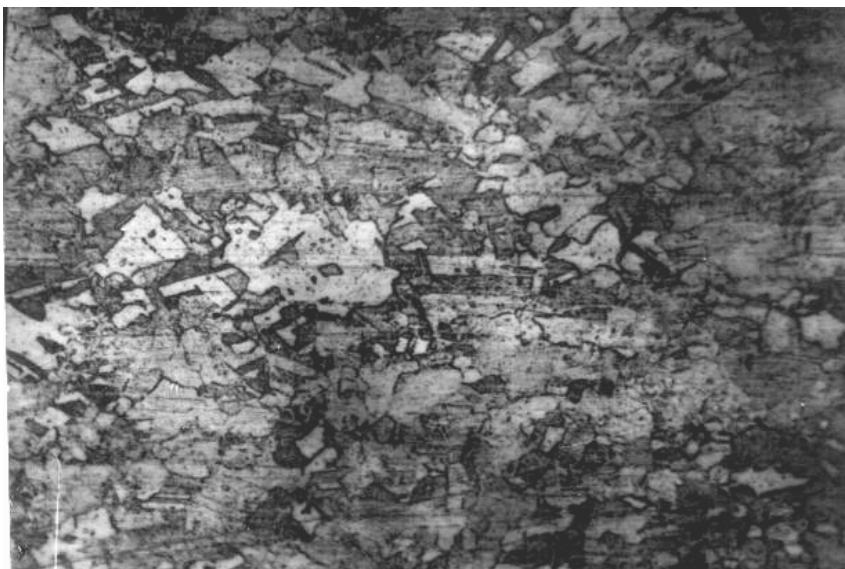
*Slika 6. Mikrostruktura uzorka br. 1.: 0,058% Sn 0,092% Te*



*Slika 7. Mikrostruktura uzorka br. 2: 0,58% Sn 0,92% Te*



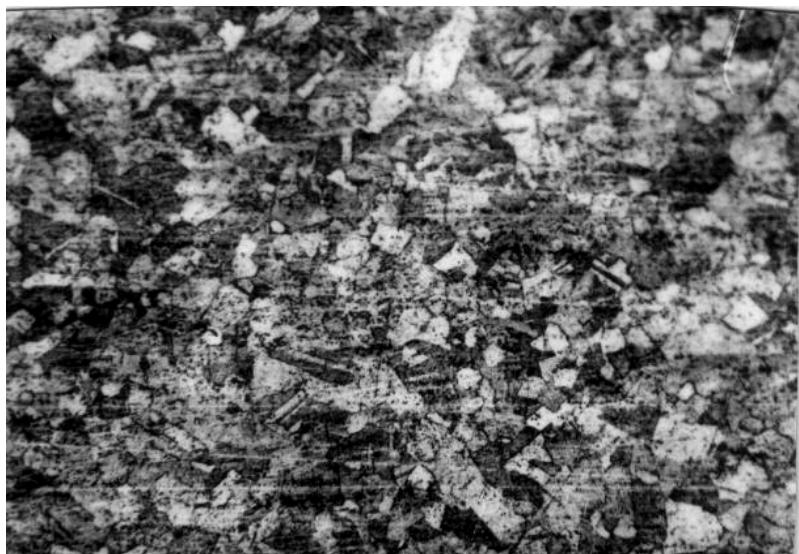
*Slika 8. Mikrostruktura uzorka br. 3: 0,13% Sn 0,04% Te*



*Slika 9. Mikrostruktura uzorka br. 4: 1,14% Sn*



**Slika 10:** Mikrostruktura uzorka br. 5: 0,066% Sn



**Slika 11:** Mikrostruktura uzorka br. 6: 0,13% Sn

Sa prikazanih rezultata ispitivanja uočava se sledeće:

- Uticaj pojedinih legirnih elemenata na zateznu čvrstoću je primetan. Tako je kod uzorka br. 2, koji u odnosu na uzorak br. 1 ima desetostruko veću količinu oba legirna elementa, primetnije da dolazi do porasta zatezne čvrstoće.
- Kod uzoraka 4, 5 i 6. beleži se porast zatezne čvrstoće sa povećanjem sadržaja kalaja.
- Pri sadržajima Te približno 1%, bez prisustva Sn, takođe se javlja porast zatezne čvrstoće.
- Sa slike 2. uočavaju se tri područja promene  $Rm=f(\varepsilon)$ :
  - ❖ Prvo područje je okarakterisano znatnim porastom zatezne čvrstoće. Prostire se do približno 20% ukupnog stepena deformacije.
  - ❖ Drugo područje je okarakterisano usporenijim rastom zatezne čvrstoće. Prostire se između 20% i 80% ukupnog stepena deformacije.
  - ❖ Treće područje je okarakterisano ponovnim naglim porastom zatezne čvrstoće pri ukupnom stepenu deformacije >80%
- Na osnovu vrednosti elektroprovodnosti (tabela 2.) uočava se da je ona neznatno veća kod žica u žarenom, u odnosu na žice u nežarenom stanju, a primetan je pad elektroprovodnosti pri sadržaju Sn >0,5% i Te >0,1%.
- Uočava se i pad zatezne čvrstoće i porast vrednosti relativnog izduženja kao posledica napredovanja procesa rekristalizacije i rasta zrna što je registrovano metalografskim ispitivanjima.
- Može se zaključiti da dodaci malih količina Sn i Te utiču na temperaturu rekristalizacije Cu i to tako da se temperaturu rekristalizacije legura sa Sn i Te, u odnosu na temperaturu rekristalizacije čistog bakra, povećava.
- Uporedna analiza rezultata ispitivanja uzoraka 1. i 2. ukazuje da desetostruko povećanje količine Sn i Te vrlo malo utiče na promenu Rm, dok se izduženje kod uzorka 2. sa većim sadržajem Sn i Te, smanjuje. Na dijagramu  $Rm=f(T)$  za uzorak 2. pojavljuje se pik. Detaljnije u tom području nije istraživano, ali je pretpostavka da do porasta Rm dolazi usled taloženja oksida Sn i Te.

- Kod uzoraka 1, 3 i 4 dolazi do konstantnog opadanja  $R_m$  sa porastom temperature, što je u skladu sa očekivanim. Kod svih ostalih uzoraka dolazi (u određenom temperaturnom intervalu) do pojave pika na dijagramu  $R_m=f(T)$ , bilo da su samo sa dodatkom Sn ili oba elementa. Objasnjenje ovih pojava je kao kod uzorka 2.
- Metalografska analiza
  - ❖ Na uzorku br. 1 zapaža se potpuno rekristalisana struktura sa poliedarskim zrnima karakterističnim za rekristalisani bakar. Ista struktura uočena je i na uzorku br. 3, dok je na uzorku br. 2 primećena delimično rekristalisana struktura sa velikom količinom izduženog deformisanog zrna.
  - ❖ Sa detalja mikrostrukture prikazanih na slikama 6, 7 i 8 uočava se da veća količina dodatog Sn i Te zahteva veću temperaturu rekristalizacije u odnosu na uzorce sa manjim sadržajem Sn i Te.
  - ❖ Sa slike 9, 10 i 11 uočava se da povećanje sadržaja Sn u leguri uslovljava povećanje temperature rekristalizacije u odnosu na leguru sa manjim sadržajem Sn, što sa svoje strane doprinosi ukrupnjavanju rekristalisanog zrna. Dalje povećanje sadržaja Sn na konstantnoj temperaturi znatno uvećava zrno u odnosu na prethodnu koncentraciju. Sva tri uzorka poseduju rekristalisani strukturu sa poliedarskim zrnima karakterističnim za rekristalisani bakar. Takođe, uočava se da povećanje sadržaja Sn u leguri uslovljava porast temperature rekristalizacije, a i da se rekristalisano zrno ukrupnjava sa rastućim sadržajem Sn u leguri.

Pošto bi legure ovog tipa trebalo da posluže kao zamena za modifikovani bakar, odnosno Cu-Cd leguru [5], za elektrifikaciju saobraćajnih mreža, od njih se traži da kod ukupnog stepena deformacije od 50% zatezna čvrstoća bude iznad 400 N/mm<sup>2</sup>, uz elektroprovodnost iznad 50 SM ( 86,21% IACS)[6]. Ispitivane legure na ove zahteve odgovaraju na sledeći način:

- ❖ Uzorci 2 i 4 zadovoljavaju zahteve u pogledu zatezne čvrstoće, ali ne i u pogledu elektroprovodnosti.
- ❖ Uzorci 1, 5 i 6 zadovoljavaju u pogledu elektroprovodnosti, ali im je zatezna čvrstoća mala.

- ❖ Kao najprihvativiji pokazao se uzorak br. 3 (0,13% Sn 0,04% Te ostatak Cu) jer zadovoljava oba zahteva, a i veličina rekristalisanog zrna je zadovoljavajuća.

## ZAKLJUČAK

Na osnovu obavljenih ispitivanja može se zaključiti:

1. Pri izvlačenju, porastom stepena deformacije povećava se zatezna čvrstoća, a relativno izduženje opada.
2. Povećanje sadržaja kalaja uslovljava intenzivniji porast zatezne čvrstoće.
3. Elektroprovodnost kod žica u žarenom stanju neznatno je veća nego u nežarenom, a do pada elektroprovodnosti dolazi pri sadržaju kalaja iznad 0,5% i telura iznad 0,1%.
4. Napredovanje procesa rekristalizacije uslovljava pad zatezne čvrstoće i porast vrednosti relativnog izduženja.
5. Dodatak malih količina Sn i Te utiču na povećanje temperature rekristalizacije u odnosu na temperaturu rekristalizacije čistog bakra.
6. Povećani sadržaj Sn i Te u odnosu na legure sa manjim sadržajem ovih elemenata zahteva znatno veću temperaturu da bi došlo do rekristalizacije.
7. Veličina rekristalisanog zrna se povećava sa porastom sadržaja Sn u leguri sa Cu.
8. Za izradu trojnih vodova, na osnovu postavljenih zahteva, kao najprihvativiji pokazao se uzorak br. 3.

## LITERATURA

- [1]. M. Hansen, K. Anderko, Constitution of Binary Alloys, Second Edition, New York, Toronto, London, Me Graw-Hill Book Company, 1958.
- [2]. A. M. Pimenov, Z. I. Gofenshefer, Vlitnie malih dobavor Se i Te na soistva medi, 1958.
- [3]. S. Ivanović, Diplomski rad, Ispitivanje uticaja termomehaničkog režima prerade na osobine bakra niskolegiranog kalajem i telurom, Tehnički fakultet u Boru, 1997.

- [4]. A. Mitić, Diplomski rad, Ispitivanje uticaja sadržaja kalaja i telura na temperaturu rekristalizacije bakra, Tehnički fakultet u Boru, 1997.
- [5]. V. Jovanović, D. Milosavljević, Studija proizvodnje modifikovanog bakra kao zamena za Cu-Cd, Bor, Institut za bakar, 1998.
- [6]. Z. Popović, Elektrotehnički i elektronски materijali, Beograd (1995)
- [7]. G. Kosec, V.Gonatarev, Materials and Technology,37 (2003) 3-4, 161-166

**[UDK:621.311.1(045)=861]**

## **ANALIZA PUNE ELEKTRIFIKACIJE GRADSKOG PODRUČJA**

### **ANALYSIS OF URBAN AREA FULL ELECTRIFICATION**

Momčilo Vujičić<sup>1</sup>, Nenad Marković<sup>2</sup>,

<sup>1</sup> Tehnički fakultet Čačak

<sup>2</sup> Visoka tehnička škola strukovnih studija iz Uroševca, Zvečan

### **IZVOD**

*Udeo potrošnje električne energije u domaćinstvima Srbije je iznad 60% ukupne potrošnje električne energije. U najvećoj meri zavisi od standarda stanovništva i načina zagrevanja stambenih prostorija. Kategorija domaćinstvo iskazuje se vršnom snagom  $P_{vr}$  domaćinstva i koeficijentom jednovremenosti opterećenja "n" domaćinstava  $j_a$ .*

**Ključne reči:** Elektrifikacija, vršna snaga, električna energija, koeficijent jednovremenosti.

### **ABSTRACT**

*Proportion of electrical energy consumption in Serbian households is above 60% of total electrical energy consumption. It mainly depends on standard of the population and on how the residential premises are heated. Household category is expressed by peak power  $P_{vr}$ , of household and by coefficient of load simultaneousness "n" of household  $j_a$ .*

**Key words:** Electrification, peak power, electrical energy, simultaneousness coefficient.

### **UVOD**

Faktor snage i aktivna snaga su osnovni parametri prijemnika koje treba poznavati. U proračunima niskonaponske mreže prijemnici se uvek modeluju s koeficijentom jednovremenosti, koji definiše vršno opterećenje grupe prijemnika u odnosu na zbir vršnih opterećenja pojedinačnih prijemnika. Prijemnici mogu biti jednofazni i trofazni.

Proračun vršne snage konzumnog područja za punu elektrifikaciju podrazumeva da su u domaćinstvu na raspolaganju centralno grejanje i akumu-

lacioni bojler do  $3\text{ kW}$  ili daljinsko grejanje i protočni bojleri za pripremu tople vode.

#### **PUNA ELEKTRIFIKACIJA DOMAĆINSTVA**

Puna elektrifikacija domaćinstva podrazumeva da su domaćinstvu, prema pripremi tople vode, na raspolaganju dve grupe:

- Za domaćinstvo sa daljinskim grejanjem i akumulacionim bojlerom snage do  $2\text{ kW}$  za pripremu tople vode, vršna snaga po domaćinstvu (stanu)  $P_{vrb,1} [\text{kW / dom.}]$  u godini prognognog perioda  $t_{prog}$  proračunava se pomoću izraza (1) iz reference [1]:

$$P_{vrbl} = \left( 3,5 + 0,25 \cdot P_{\sum el-ap} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\Delta P}{100} \right)^{(t_{prog} - 2000)} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

2. Za domaćinstvo sa daljinskim grejanjem i protočnim bojlerom(ima) za pripremu tople vode, vršna snaga po domaćinstvu (stanu)  $P_{vrb2} \text{ [kW / dom.]}$  u godini prognoznog perioda  $t_{prog}$  proračunava se pomoću izraza (2) iz reference [1]:

$$P_{vrb2} = 0,75 \cdot P_{pr.boj.} + (4,5 + 0,25 \cdot P_{\sum el-ap}) \cdot \left(1 + \frac{\Delta P}{100}\right)^{(t_{prog} - 2000)} \quad \dots \dots \dots (2)$$

Za puno elektrifikovano domaćinstvo **vršna snaga po domaćinstvu (stanu)** u godini prognoznog perioda  $t_{prog}$  proračunava se sledećih obrazaca (3), (4), (5), (6) i (7) iz reference [1]:

gde je:

$U[V]$  – nazivni napon mreže na koji su priključeni prijemnici-domaćinstva,  
 400  $[V]$ ;

$I[A]$  – struja opterećenja domaćinstva, od 6 A do 25 A;

*n* – broj domaćinstva, od 25 do 300.

$$2. P_{vn} = \left( j_a \cdot n + (I - j_a) \sqrt{n} \right) \left( 3,5 + 0,25 \cdot P_{\sum el.ap.} \right) \cdot \left( I + \frac{\Delta p}{100} \right)^{(t_{prog} - 2000)} \dots (4)$$

gde je:

$t_{prog}$  – godina za koju se proračunava (prognozira) vršna snaga:  
 $t_{prog} > 2000$ ;

$\Delta p(\%)$  – procenat prosečnog godišnjeg porasta vršne snage-deo koji ne zavisi od načina zagrevanja prostorija, i za naše uslove se usvaja:  
 $\Delta p = 1\%$  do  $2\%$ , obično se usvaja srednja vrednost:  $\Delta p = 1,5\%$ ;

$P_{\sum el.op}$  – instalisana snaga prijemnika u domaćinstvu, od  $4,16[kW]$  do  $17,32[kW]$ ;

$j_a$  – koeficijent jednovremenog vršnog opterećenja;  $j_a = 0,43 + \frac{1-0,43}{\sqrt{n}}$ .

$$3. P_{vr1} = \left( j_a \cdot n + (I - j_a) \sqrt{n} \right) \left( 3,5 + 0,25 \cdot P_{\sum el.ap.} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{100} \right)^{(t_{prog}-2000)} \dots (5)$$

gde je:

$P_{\sum el.ap}$  – instalisana snaga prijemnika u domaćinstvu,  $P_{\sum el.ap} = 14,75[W]$

$$4. P_{vr2} = \left( j_a \cdot n + (I - j_a) \sqrt{n} \right) \cdot 3,32 \cdot n^{0,88} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{100} \right)^{(t_{prog}-2000)} \dots (6)$$

$$5. P_{vr3} = \left( j_a \cdot n + (I - j_a) \sqrt{n} \right) \left( 3,5 + 0,25 \cdot P_{\sum el.ap.} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\Delta p}{100} \right)^{(t_{prog}-2000)} \dots (7)$$

gde je:

$P_{\sum el.op}$  – instalisana snaga prijemnika u domaćinstvu, od  $4,16[kW]$  kW do  $17,32[kW]$ ;

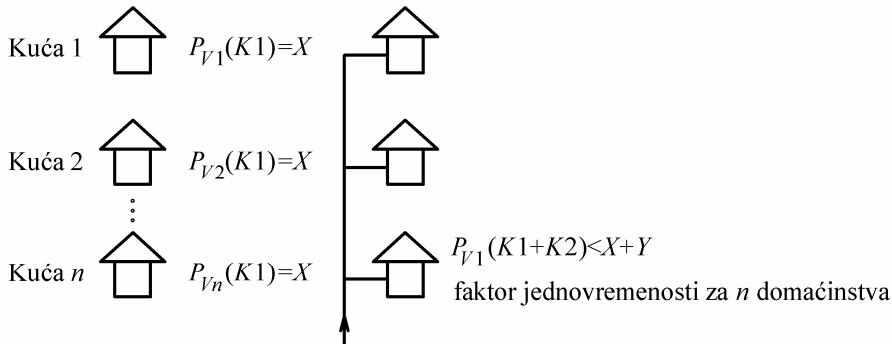
$j_a$  – koeficijent jednovremenog vršnog opterećenja,  $j_a = 0,17$  (računat na osnovu Ruskove formule) [1,2].

## KRIVE VRŠNOG OPTEREĆENJA

U prethodnom delu data je različita metodologija izračunavanja vrednosti maksimalnog jednovremenog opterećenja, koje može dosta varirati od jednog do drugog domaćinstva, a prvenstveno zavisi od:

- standarda,
- lokacije,
- posedovanja limitatora itd.

Pošto vršno opterećenje grupe domaćinstva ne nastupa istovremeno, ono se ne računa kao aritmetički zbir svih vršnih opterećenja (slika 1) [5].

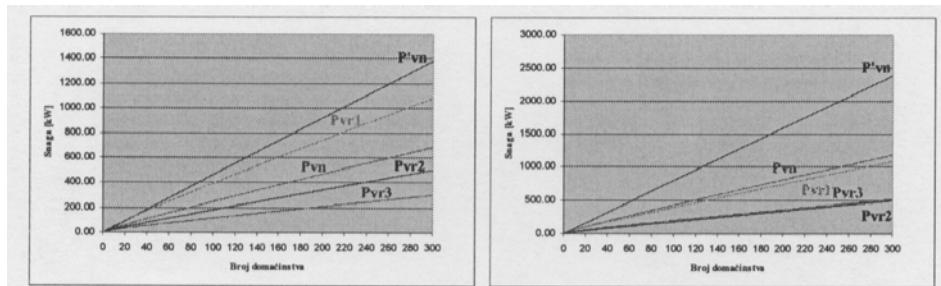


**Sl. 1.** Vršno opterećenje grupe domaćinstava

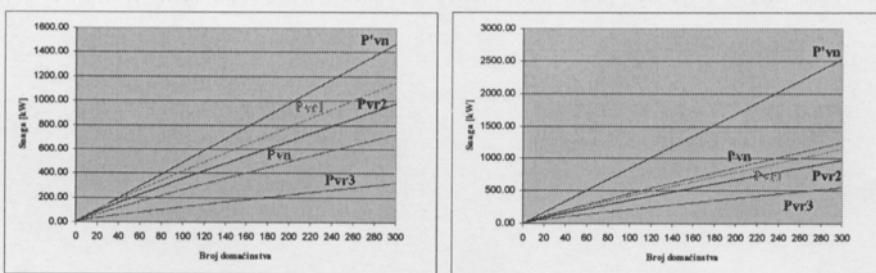
Da bismo proračunali snagu određenog konzumnog područja koja se napaja električnom energijom, moramo znati broj potrošača po tipovima, odnosno prema načinu grejanja i korišćenja električne energije u toj oblasti.

Pomoću datih formula proračunavamo vršnu snagu pojedinačnih potrošača (u našem slučaju su uzeti u obzir daljinsko grejanje i akumulacioni bojler snage 2 kW) na godišnjem nivou, prema tipovima potrošača. U kategoriji domaćinstvo, uzimamo da je broj domaćinstva  $n=300$ .

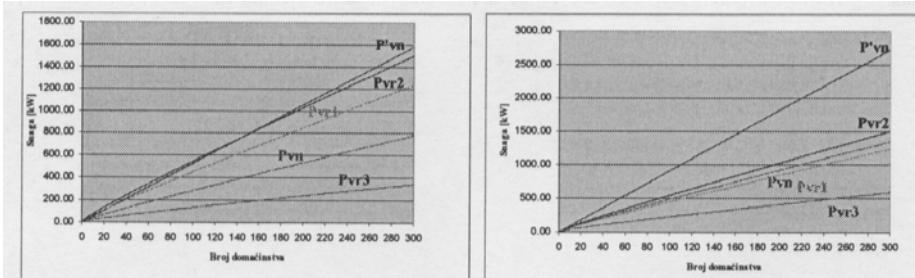
Odgovarajuće krive vršnog opterećenja grupe domaćinstava, u zavisnosti od broja domaćinstva prikazane su na sledećim slikama:



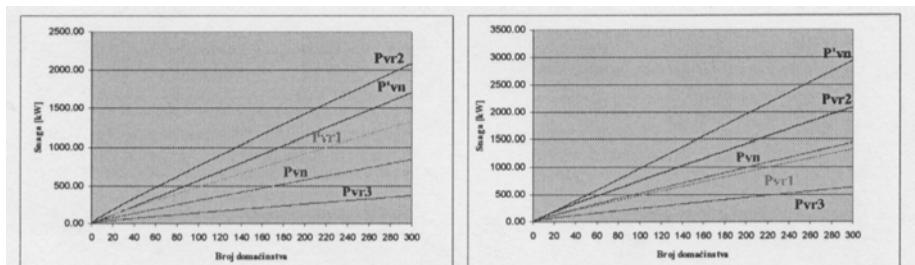
**Sl. 2.** Vršno opterećenje (min, max) pune elektrifikacije za 2001. godinu, daljinsko grejanje, bojler 2kW



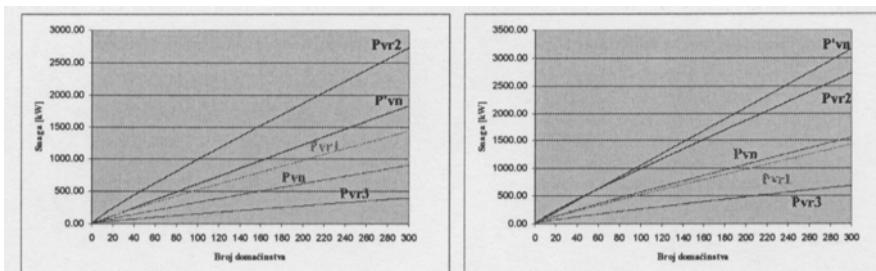
**Sl. 3.** Vršno opterećenje (min, max) pune elektrifikacije za 2005. godinu daljinsko grejanje, bojler 2kW



**Sl. 4.** Vršno opterećenje (min, max) pune elektrifikacije za 2010. godinu daljinsko grejanje, bojler 2kW



**Sl. 5.** Vršno opterećenje (min, max) pune elektrifikacije za 2015. godinu daljinsko grejanje, bojler 2kW



**Sl. 6.** Vršno opterećenje (min, max) punе elektrifikacije 2020. godinu daljinsko grejanje, bojler 2kW

## ZAKLJUČAK

Promena vršne snage zavisna je od više faktora. Analiza je pokazala da postoji nekoliko uticaja. Najviše na vršnu snagu utiču:

- 1) vremenske koordinate (sa povećanjem rednog broja domaćinstva, povećava se vršna snaga),
- 2) meteorološki parametri:
  - srednja dnevna temperatura u danu u kome je dostignuta vršna godišnja snaga (sa porastom srednje dnevne temperature vršna snaga se smanjuje),
  - maksimalna udarna brzina vetra u danu u kome je dostignuta vršna godišnja snaga (vršna snaga se povećava sa povećanjem udarne brzine vetra),
- 3) ekonomski parametri:
  - visina zarade (sa porastom zarade povećava se vršna snaga)
  - cena električne energije (sa porastom cene električne energije smanjuje se vršna snaga).

Regresionom analizom utvrđeni su parametri faktora uticaja, na osnovu podataka iz perioda od 20 godina. Poslednjih godina u letnjem periodu vršna snaga dostiže vrednosti vršne snage zimskog perioda zbog korišćenja raznih rashladnih uređaja, klima-uredjaja itd.

## LITERATURA

- [1]. M. Tanasković, T. Bojković, D. Perić: "Distribucija električne energije", Akademска misao, Beograd, 2007.
- [2]. S. Maksimović, M. Tanasković: "Proračun vršne snage grupe potrošača primenom koeficijenta jednovremenosti", Drugo jugoslovensko savetovanje o elektrodistributivnim mrežama, Herceg Novi, 2000.
- [3]. J. Nahman: "Metode analize pouzdanosti elektroenergetskih sistema", Naučna knjiga, Beograd 1992.
- [4]. M. Tanasković, T. Bojković, D. Perić, V. Šiljkut: "Zbornik rešenih problema iz distribucije i prodaje električne energije", Međunarodni akademski klub, Beograd, 2006.
- [5]. S. Bjelić: "Uvod u srednjenaopnske (SN) i niskonaponske (NN) instalacije", Sven, Niš, 2007.
- [6]. S. Maksimović, D. Vujić, M. Slijepčević:  
"Analiza i prognoza vremena vršne snage"  
Elektroprivreda, br. 4, str. 94-99, Beograd novembar-decembar 2004.

[UDK:621.311.3(045)=861]

## **SNABDEVANJE ELEKTRIČNOM ENERGIJOM RAZLIČITIH GRUPA POTROŠAČA GRADSKOG PODRUČJA**

### **ELECTRICAL ENERGY SUPPLY OF DIFFERENT USERS GROUPS IN URBAN AREA**

Nenad Marković<sup>1</sup>, Momčilo Vujičić<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Visoka tehnička škola strukovnih studija iz Uroševca, Zvečan

<sup>2</sup> Tehnički fakultet Čačak

#### ***IZVOD***

*Potrebno je utvrditi osnovne metode za izradu analize i prognoze vršne snage. Da bi se proračunala vršna snaga određenog gradskog područja koje se napaja električnom energijom preko nekog elementa elektroistributivnog sistema-EDS (voda ili transformatorske stanice) mora da se zna broj potrošača po tipovima, odnosno prema načinu grejanja i korišćenja električne energije u toj oblasti. Jednom od statističkih metoda ćemo pokazati kako različite grupe potrošača mogu uticati na povećanje ili smanjenje vršne snage domaćinstva.*

**Ključne reči:** električna energija, potrošači, statistika, vršna snaga.

#### ***ABSTRACT***

*It is necessary to determine basic methods for analysis and forecast making of electrical energy and peak power. In order to calculate the peak power of a certain urban area, which is supplied by electrical energy through some element of electro-distributive system-EDS (duct or transformer station), it is necessary to know the number of consumers according to type, namely, according to heating way and utilization of electrical energy in that area. Through one of statistical methods we shall present how different users groups can influence the increase or decrease of peak power of household.*

**Key words:** electrical energy, consumers, statistics, peak power.

#### **UVOD**

Grupu potrošača gradskog područja čini pretežno poznat način zagrevanja stambenih prostorija (TA peći, ugalj, ulje za loženje, daljinsko grejanje itd.) i srazmerno velika zastupljenost poslovnih prostorija. Postoje i potrošači koji

koriste centralno grejanje iz lokalnih (gradskih) kotlarnica ili pojedinačnih električnih kotlova [4].

Snabdevanje električnom energijom je izvršeno prema nivoima i tipovima potrošača. Za različite grupe potrošača tj. za različite tipove snabdevanja električnom energijom u domaćinstvu, analiziraćemo grupe potrošača od "n" istih stambenih jedinica.

Pod različitim grupama potrošača podrazumevamo domaćinstva koja se delimično, puno i totalno snabdevaju električnom energijom [3].

Delimično snabdevanje električnom energijom [3], obuhvata domaćinstva kojima su na raspolaganju električna energija, topla voda i gas.

Puno snabdevanje električnom energijom [3], prema pripremi tople vode obuhvata dve grupe i to: prva grupa su domaćinstva sa daljinskim grejanjem i akumulacionim bojlerom snage do 3kW, dok u drugu grupu spadaju domaćinstva sa daljinskim grejanjem i protočnim bojlerima snage do 36kW.

Totalno snabdевање električnom energijom [3], prema načinu grejanja na električnu energiju, obuhvata dve grupe i to: domaćinstva sa TA-pećima kojima se greju sve prostorije u stanu i domaćinstva sa električnim kotlovima za etažna grejanja.

## ŠARLOVA RASPODELA

Cilj statističkih metoda u ovom radu je da se uspostavi veza između matematičkog modela nekih raspodela i analize niskonaponske mreže dela gradskog područja (u našem slučaju područja sa različitim grupama potrošača).

Šarlov raspodela je jedna od metoda kojom ćemo analizirati snabdevanje električnom energijom različitih grupa potrošača gradskog područja. U nizu matematičkih raspodela od kojih su najpoznatije Normalna, Puasonova, Šarlova i ostale raspodele, mi smo se odlučili za Šarlovu raspodelu. Izabrana je Šarlov raspodela zbog toga što se prilikom određivanja vršne snage dobija optimalno rešenje između izabranih kriterijuma i ograničenja, koja odgovara minimalnim godišnjim troškovima.

Normalnu raspodelu [2] predstavlja kriva:

$$y = \frac{I}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \dots \quad (1)$$

koja je simetrična u odnosu na pravu  $x = m$ .

Ujedno, ova raspodela može da bude i asimetrična raspodela. U tom slučaju, kada asimetrija po apsolutnoj veličini nije previše velika, raspodela se može predstaviti pomoću Šarlovog zakona. Gustina zakona Šarla iskazuje se jednačinom [1]:

$$f_{\tilde{S}}(x) = f(x) + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{S_k(X)}{6} z_u(u^3 - 3u) + \frac{E_x(X)}{24} z_u(u^4 - 6u^2 + 3) \right] \dots \quad (2)$$

gde je:

$f(x)$  – gustina normalnog zakona raspodele,

$$u(X) = \frac{x-m}{\sigma}, \quad z_u = \frac{l}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \dots \quad (3)$$

$$a = \frac{S_k(X)}{6} (u^3 - 3u), \quad b = \frac{E_x(X)}{24} (u^4 - 6u^2 + 3) \dots \quad (4)$$

$S_k(X)$  – asimetrija i  $E_x(X)$  – spljoštenost (eksces).

Nije teško zapaziti da ako je  $S_k(X)=0$  i  $E_x(X)=0$ , raspodela Šarla pripada normalnoj raspodeli. Raspodela Šarla se u tom slučaju može zapisati u obliku [1]:

$$P = \frac{h}{\sigma} \cdot z_u \left[ I + \frac{S_k(X)}{6} (u^3 - 3u) + \frac{E_x(X)}{24} (u^4 - 6u^2 + 3) \right] \dots \quad (5)$$

#### **PRIMER GRUPE POTROŠAČA PRI RASTUĆEM OPTEREĆENJU**

U sledećem primeru posmatraćemo uporedne podatke za prognoziranu 2010. godinu. To je godina za koju se proračunava (prognozira) vršna snaga. Bavićemo se analizom minimalne i maksimalne vršne snage uzimajući u obzir različite grupe potrošača.

Pod minimalnom vršnom snagom podrazumevamo opterećenje potrošača kod kojih se delimično, puno i totalno snabdevanje električnom energijom vrši izborom optimalnih varijanti [3]. Obrnuti proces važi i za izbor maksimalne vršne snage.

U tabeli 1 posmatramo interval  $I$  koji nam pokazuje vršnu snagu u odnosu na broj domaćinstva  $n_x$  koji u posmatranom slučaju iznosi  $n = \sum n_x = 300$ .

Statističku vrednost sredine intervala rešavamo sledećim formulama:

$$W_x = W = \frac{n_x}{n}$$

$$X = \frac{I}{2} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

U ovom slučaju promenljiva  $X$  nam predstavlja sredinu intervala  $I$ .

**Tabela 1.** Izbor intervala vršne snage u zavisnosti od  $n_x$ 

I	0÷500	500÷1000	1000÷1500	1500÷2000	2000÷2500	2500÷3000	3000÷3500	3500÷4000
$n_x$	38	45	39	48	37	33	45	15

**Tabela 2.** Statistička vrednost sredine intervala

X	250	750	1250	1750	2250	2750	3250	3750
$W_x$	0,13	0,15	0,13	0,16	0,12	0,11	0,15	0,05

Prelazimo na novu promenljivu  $T$  koja je povezana sa  $X$  i zavisna od  $X = h \cdot T - 250$

gde je:

250 - sredina koraka intervala,

X - sredina intervala,

$h = 500$  - korak intervala.

**Tabela 3.** Statistička raspodela slučajne promenljive

T	1	2	3	4	5	6	7	8
W	0,13	0,15	0,13	0,16	0,12	0,11	0,15	0,05

**Tabela 4.** Računanje statističke raspodele

T	W	WT	WT <sup>2</sup>	WT <sup>3</sup>	WT <sup>4</sup>
1	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13
2	0,15	0,30	0,60	1,20	2,40
3	0,13	0,39	1,17	3,51	10,53
4	0,16	0,64	2,56	10,24	40,96
5	0,12	0,62	3,08	15,42	77,08
6	0,11	0,66	3,96	23,76	142,56
7	0,15	1,05	7,35	51,45	360,15
8	0,05	0,40	3,20	25,60	204,80
$\Sigma$	4,18	22,05	131,30	838,61	

Iz tabele 4 sledi:

$$\alpha_1 = 4,18, \alpha_2 = 22,05, \alpha_3 = 131,30, \alpha_4 = 838,61,$$

gde su:

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  i  $\alpha_4$  promenljive koje pokazuju sumu izračunatih vrednosti

$WT$ ,  $WT^2$ ,  $WT^3$ ,  $WT^4$  respektivno,

$T$  – broj statističke raspodele,

$$W = \frac{n_x}{n};$$

$n_x$  – broj intervala vršne snage,

$n$  – broj domaćinstva.

Matematičko očekivanje  $M(T)$  je:

$$M(T) = \sum WT = 4,18, M(X) = 1842$$

$$M(T^2) = \sum WT^2 = 22,05, M^2(T) = 17,50$$

Disperzija  $D(T)$  je jednaka:

$$D(T) = M(T^2) - M^2(T) = 4,55$$

Srednje kvadratno odstupanje  $\sigma(T)$  je:

$$\sigma(T) = \sqrt{D(T)} = \sqrt{4,55} = 2,133$$

$$\sigma(X) = h \cdot \sigma(T) = 1067$$

Centralni momenti trećeg i četvrtog reda  $\mu_3$  i  $\mu_4$  su:

$$\mu_3(T) = \alpha_3 - 3\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_1^3 = 131,30 - 3 \cdot 4,18 \cdot 22,05 + 2 \cdot 4,18^3 = 0,99$$

$$\mu_4(T) = \alpha_4 - 4\alpha_1\alpha_3 + 6\alpha_1^2\alpha_2 - 3\alpha_1^4 = 838,61 - 4 \cdot 4,18 \cdot 131,30 +$$

$$+ 6 \cdot 4,18^2 \cdot 22,05 - 3 \cdot 4,18^4 = 37,98$$

Asimetrija  $S_k$  je jednaka:

$$S_k(T) = \mu_3(T) / \sigma^2(T) = 0,10$$

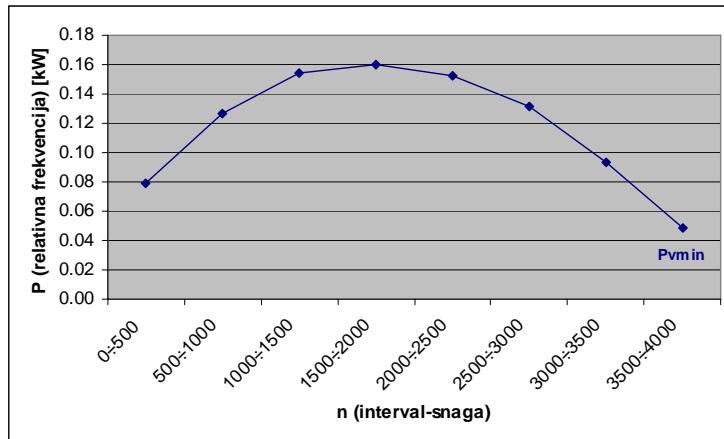
Spljoštenost (eksces)  $E_x$  je:

$$E_x(T) = \mu_4(T) / \sigma^4(T) - 3 = -1,17$$

Iz jednačina (3) i (4) izračunavamo promenljive  $u$ ,  $z_u$ ,  $a$  i  $b$  [3].

**Tabela 5.** Određivanje uporednih frekvencija po zakonu Šarla

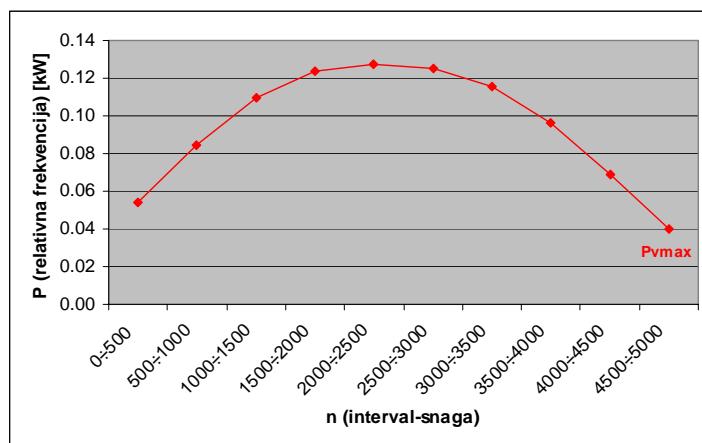
X	u	$z_u$	$U^2$	$U^3$	$U^4$	$3U$	$6U^2$	a	b	S	P
250	-1,49	0,13	2,23	-3,32	4,96	-4,48	13,36	0,02	0,26	1,28	0,08
750	-1,02	0,24	1,05	-1,07	1,10	-3,07	6,29	0,03	0,11	1,14	0,13
1250	-0,55	0,34	0,31	-0,17	0,09	-1,66	1,85	0,03	-0,06	0,96	0,15
1750	-0,09	0,40	0,01	0,00	0,00	-0,26	0,04	0,00	-0,14	0,86	0,16
2250	0,38	0,37	0,15	0,06	0,02	1,15	0,88	-0,02	-0,10	0,88	0,15
2750	0,85	0,28	0,73	0,62	0,53	2,56	4,35	-0,03	0,04	1,01	0,13
3250	1,32	0,17	1,74	2,30	3,04	3,96	10,46	-0,03	0,21	1,19	0,09
3750	1,79	0,08	3,20	5,73	10,25	5,37	19,21	0,01	0,29	1,30	0,05

**Sl. 1.** Odgovarajuća kriva vršnog opterećenja  $P_{v\min}$  grupe domaćinstava zavisnosti od relativne frekvencije i intervala-snage

Analogno proračunu za minimalnu vršnu snagu urađen je proračun maksimalne vršne snage dat u tab. 6 i predstavljen na sl. 2.

**Tabela 6.** Određivanje uporednih frekvencija po zakonu Šarla

X	U	$Z_u$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$3U$	$6U^2$	a	b	S	P
250	-1,59	0,11	2,54	-4,05	6,45	-4,78	15,24	0,01	0,28	1,29	0,05
750	-1,22	0,19	1,49	-1,81	2,21	-3,66	8,92	0,01	0,18	1,19	0,08
1250	-0,85	0,28	0,71	-0,60	0,51	-2,54	4,29	0,01	0,04	1,05	0,11
1750	-0,47	0,36	0,22	-0,10	0,05	-1,41	1,33	0,01	-0,08	0,93	0,12
2250	-0,10	0,40	0,01	0,00	0,00	-0,29	0,06	0,00	-0,14	0,86	0,13
2750	0,28	0,38	0,08	0,02	0,01	0,83	0,46	-0,01	-0,12	0,87	0,12
3250	0,65	0,32	0,42	0,28	0,18	1,95	2,54	-0,01	-0,03	0,96	0,12
3750	1,03	0,24	1,05	1,08	1,10	3,08	6,30	-0,01	0,11	1,09	0,10
4250	1,40	0,15	1,96	2,74	3,83	4,20	11,74	-0,01	0,24	1,23	0,07
4750	1,77	0,08	3,14	5,58	9,89	5,32	18,87	0,00	0,29	1,29	0,04

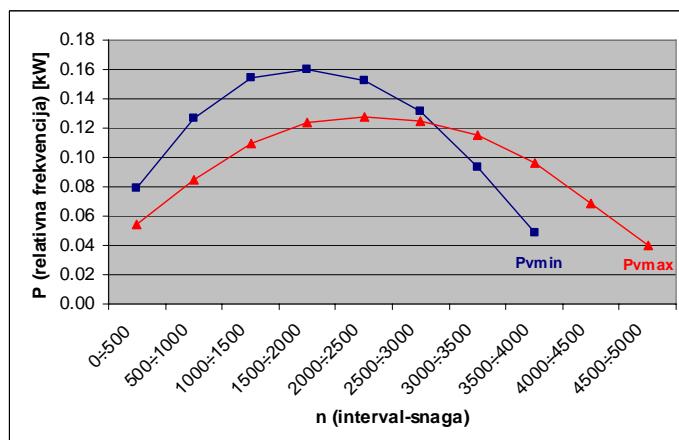


Sl. 2. Odgovarajuća kriva vršnog opterećenja  $P_{vmax}$  grupe domaćinstava u zavisnosti od relativne frekvencije i intervala-snage

U tab. 7 uporedno je analizirana minimalna i maksimalna vršna snaga.

Tabela 7. Ukupna prognozirana vršna snaga  $P_{vmin}$  i  $P_{vmax}$  za 2010.

	0÷500	500÷1000	1000÷1500	1500÷2000	2000÷2500	2500÷3000	3000÷3500	3500÷4000	4000÷4500	4500÷5000
Pv min	0,08	0,13	0,15	0,16	0,15	0,13	0,09	0,05		
Pv max	0,05	0,08	0,11	0,12	0,13	0,12	0,12	0,10	0,07	0,04



Sl. 3. Odgovarajuća kriva vršnog opterećenja  $P_{vmin}$  i  $P_{vmax}$  grupe domaćinstva u zavisnosti od relativne frekvencije i intervala-snage

## ZAKLJUČAK

Rezultati prikazuju vršnu snagu grupe potrošača određenog gradskog područja pomoću Šarlove raspodele (matematičke raspodele).

Posle izjednačavanja, po zakonu Šarla, sa odgovarajućim frekvencijama dobija se uporedna frekvencija. Sa dijagrama dobijenih na osnovu statističkih tablica dolazimo do zaključka da su krive vršnog opterećenja  $P_{v\min}$  i  $P_{v\max}$  grupe domaćinstva, zavisno od relativne frekvencije i intervala snage, dovoljno bliske jedna drugoj [1].

Na osnovu dobijenih vršnih snaga zaključujemo da će se sve ostale krive vršnog opterećenja grupe domaćinstva nalaziti između kriva  $P_{v\min}$  i  $P_{v\max}$  vršnog opterećenja. Pod ostalim krivama vršnog opterećenja grupe domaćinstva podrazumevamo domaćinstva koja se snabdevaju električnom energijom prema nivoima i tipovima potrošača.

## LITERATURA

- [1]. П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова: "Вышая математика", Вышая школа, Москва, 1980.
- [2]. S. Vukadinović: "Elementi teorije verovatnoće i matematičke statistike" Beograd, 1973.
- [3]. M. Tanasković, T. Bojković, D. Perić: "Distribucija električne energije", Akademска misao, Beograd, 2007.
- [4]. S. Maksimović, M. Tanasković: "Proračun vršne snage grupe potrošača primenom koeficijenta jednovremenosti", Drugo jugoslovensko savetovanje o elektrodistributivnim mrežama, Herceg Novi, 2000.
- [5]. J. Nahman: "Metode analize pouzdanosti elektroenergetskih sistema", Naučna knjiga, Beograd 1992.
- [6]. M. Tanasković, T. Bojković, D. Perić, V. Šiljkut: "Zbornik rešenih problema iz distribucije i prodaje električne energije", Međunarodni akademski klub, Beograd, 2006.

UDK:529.9(045)=861

## RAČUNANJE VREMENA TIME CALCULATION

Mr Dušan Radivojević, dipl.fiz.

Institut za rударство и металургију Бор

### **IZVOD**

*Problem računanja vremena ili kalendarsko pitanje spada u aktuelne teme o kojima se često među ljudima vode žučne polemike. Budući da je to činjenica i da su danas u upotrebi gregorijanski i julijanski kalendar, u ovom radu su date teorijske osnove problema računanja vremena i suštinske razlike između ova dva kalendara.*

**Ključne reči:** vreme, kalendar, računanje vremena, kalendarska godina, tropска година.

### **ABSTRACT**

*Measuring, calculating and real time presentation are very interesting and often discussed questions. Consider that circumstance and present of two actual calendars: Julian and Gregorian, the paper explains theoretical bases of time calculation and difference between mention calendars.*

**Key words:** time, real time, calendar, time calculation, calendar year, tropic year.

### **UVOD**

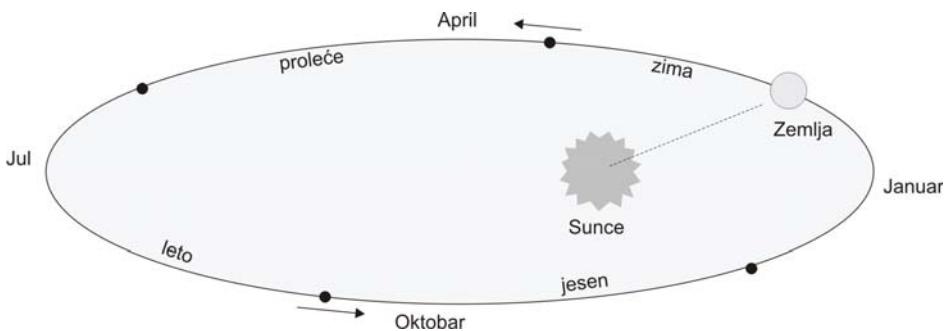
Problem računanja vremena bio je predmet interesovanja ljudi još od perioda prvo bitne ljudske zajednice, pa sve do danas. Pri tome se, po pravilu, postavljaju dva osnovna pitanja: postoji li početni trenutak (momenat u kome je vreme  $t = 0$ ) od koga računamo vreme i šta predstavlja računanje vremena? Danas imamo jasne odgovore na ova pitanja. Međutim, kroz istoriju su se davali različiti odgovori, te su se shodno tome formirali i odgovarajući pristupi i sistemi u računanju vremena.

Odgovor na prvo pitanje, u sažetom obliku, može se svesti na sledeću formulaciju: Početni trenutak, u smislu da pre toga „nije bilo ništa“ od svega onog što nas okružuje ili se oko nas događa, ne postoji, odnosno – bolje reći – nije nam poznat. Stoga se, kod većine naroda, vreme računalo od dana kada se

desio, za taj narod ili državu, nekakav značajan događaj. Stari Grci su računali vreme od dana održavanja prve Olimpijade, Rimljani od dana osnivanja Rima itd.

Drugo pitanje ima odgovor, manje-više, svima nama poznat: računati vreme znači jednostavno prebrojavanje vremenskih intervala ustanovljenih kao vremenske jedinice (dan, sedmica, mesec, godina itd.) koji su protekli od događaja uzetog kao početni trenutak do danas. Danas se zna da je osnovna jedinica za merenje vremena sekund; znaju se veće (minut, čas, dan, sedmica, mesec, godina, itd.) i manje jedinice (milisekund, mikrosekund, nanosekund itd.) od jedne sekunde. Međutim, tokom istorije se nije uvek koristila ova jedinica, već su se obično uzimali vremenski intervali trajanja određenih prirodnih pojava koje su se periodično ponavljale i koje su, po svojim manifestacijama, prepoznatljive svakom čoveku.

Jedna od takvih prirodnih pojava je obrtanje Zemlje oko svoje ose koja se manifestuje kroz pojavu dana i noći. Vremenski interval za koji se Zemlja jednom obrne oko svoje ose iznosi 1 dan, odnosno 24 časa. Druga prirodna pojava, slična ovoj, jeste kretanje Zemlje oko Sunca; ona se manifestuje kroz periodičnu smenu godišnjih doba. Vreme za koje se Zemlja jednom okreće oko Sunca iznosi  $T_s=365$  dana 5 časova 48 minuta i 46 sekundi.<sup>1</sup>



Sl. 1. Putanja Zemlje oko Sunca

Na slici 1. prikazana je putanja Zemlje oko Sunca na kojoj su naznačeni meseci i godišnja doba koji odgovaraju različitim položajima Zemlje u toku jedne godine.

Da li je ovaj vremenski interval ( $T_s$ ) pogodan za jednu od jedinica za računanje vremena? Očigledno da nije najpogodniji, pre svega zbog toga što  $T_s$

<sup>1</sup>  $T_s$  – period okretanja Zemlje oko Sunca (sunčeva ili tropска godina) vreme je koje protekne između dva uzastopna prolaska Sunca kroz prividne fiksne tačke na njegovoj putanji, a koje mogu biti tačke ekvinocijuma (prolećna ili jesenja ravnodnevница) ili solsticijuma (letnja dugodnevница ili zimska kratkodnevница)

– nije ceo, već iracionalan broj dana. Ali, i pored toga, zbog činjenice da se ovaj vremenski interval ne menja tokom vremena, uz izvesne modifikacije (zaokruživanja), korišćen je, i koristi se, kao jedinica za računanje vremena, vremenski interval T – koji je po vrednosti najbliži vremenu  $T_s$  i koji se naziva jedna kalendarska godina. U zavisnosti od toga u kom odnosu se nalaze  $T_s$ -stvarni (prirodni) period okretanje Zemlje oko Sunca i T-modifikovani (zaokruženi period-kalendarska godina), tokom istorije su ustanovljeni različiti kalendari od kojih su svakako najpoznatiji julijanski i gregorijanski koji se i danas koriste.

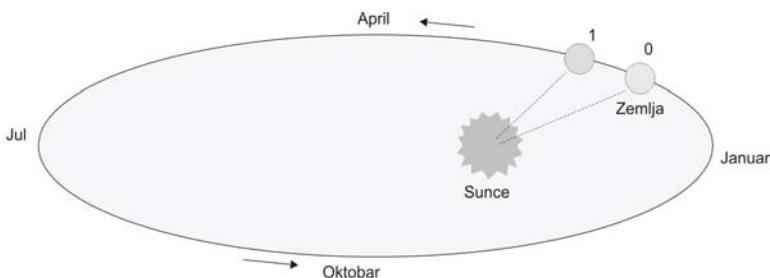
Kretanje Zemlje oko Sunca je tokom vremena korišćeno ne samo za utvrđivanje kalendarske godine T, već i drugih jedinica za merenje vremena. Problem merenja vremena (što nije predmet ovog rada), a posebno problem definisanja vremenskog intervala koji se koristi kao jedinica za merenje vremena i mogućnost da se, po potrebi, isti reproducuje više puta je, takođe, veoma značajan i zaslužuje detaljnije opisivanje. Jedna od najstarijih metoda, primera radi za definisanje dana – kao jedinice za merenje vremena, zasniva se na prividnom kretanju Sunca oko Zemlje. Pri tome kad god je podne (ako zabodemo štap u zemlju, tada je njegova senka najkraća), Sunce preseca meridijan koji prolazi kroz proizvoljnu tačku (mesto) na Zemlji. Vremenski interval između dva uzastopna presecanja meridijana je jedan dan. Računanje vremena korišćenjem ovako definisane jedinice se naziva solarno vreme. Po solarnom vremenu dan počinje u podne i završava se u podne.

Ovako utvrđena jedinica za merenje vremena imala je mnogo nedostataka: dužina dana tokom godine se menja – zbog neravnomernog kretanja Zemlje oko Sunca i nagiba zemljine ose prema ekliptici; mesta na različitim geografskim dužinama imaju različite početke dana i drugo. Zbog toga je do danas više puta korigovana definicija dana kao vremenske jedinice, kako bi se ovi i drugi nedostaci, koji ovde nisu svi navedeni, sveli na minimum. Tako je, na primer, 1883. godine međunarodnim sporazumom Zemlja podeljena na 24 vremenske zone (uvedeno je tzv. zonsko vreme) – svaka zona „širine“  $15^\circ$  geografske dužine, a za početni (nulti) meridijan je određen onaj koji prolazi kroz kraljevsku opservatoriju u Griniču. Sredinom prve polovine 20. veka doneta je odluka (International Astronomical Union) da početak dana bude u ponoć; uvedeno je službeno i ukazno vreme. Sredinom 20. veka uvedeno je tzv. efemeridsko vreme koje se bazira na kretanju Zemlje oko Sunca sa početnom pozicijom u tački prolećne ravnodnevnice i sekunda ( $1/31.556.925,97$  deo tropске godine) kao osnovna jedinica za merenje vremena. Od 1967. godine sekunda se definiše preko frekvence emitovane svetlosti pri prelasku atoma cezijuma 133 između dva hiperfina energetska nivoa, a koja iznosi  $9.192.631.720$  herca.

## ŠTA JE KALENDAR?

Pre nego što detaljnije obrazložimo problematiku neposredno vezanu za računanje vremena i ustanovljavanje odgovarajućeg kalendara, radi boljeg razumevanja sadržaja ovog problema, pretpostavíćemo: da je vreme za koje se Zemlja jednom okreće oko Sunca, umesto  $T_s=365$  dana 5 časova 48 minuta i 46 sekundi, u jednom slučaju  $T_s=364$  dana (slika 2), a u drugom slučaju  $T_s=366$  dana (slika 3) i da kalendarska godina – kao jedna od jedinica za merenje – računanje vremena – iznosi  $T=365$  dana.

Označimo, primera radi, da je položaj Zemlje na putanji oko Sunca, 1. marta proizvoljne godine (yyyy) simbolom nula - 0. Šta će biti posle  $T=365$  dana, odnosno posle jedne kalendarske godine koju smo uzeli kao jedinicu za računanje vremena?

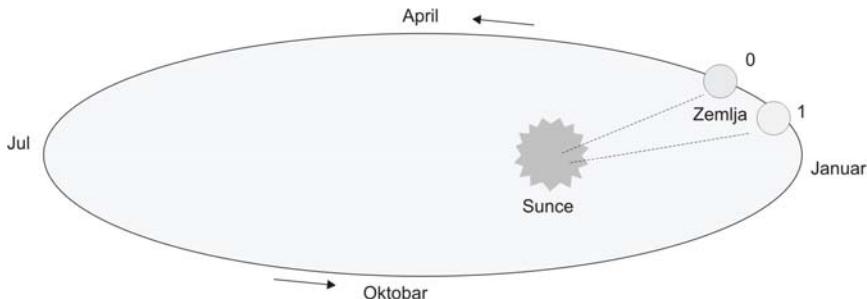


*Pretpostavka:*

1. Vreme kretanja Zemlje oko Sunca (period  $T_s$ ) je  $T_s = 364$  dana
2. Vreme se računa tako što se uzima da godina ima 365 dana
- 0 ... Položaj Zemlje 1. marta proizvoljne godine yyyy u 00 časova
- 1 ... Položaj zemlje 28. februara yyyy+1 godine u 24 časa

*Slika 2.*

U prvom slučaju ( $T_s=364$  dana) Zemlja bi, posle  $T=365$  dana, bila u položaju 1 – dakle za 364 dana „obišla“ je jednom oko Sunca i za „preostali“ jedan dan – pomerila se za izvesno rastojanje unapred. Posle još 365 dana (dve godine) Zemlja će biti još dalje u odnosu na prvobitni položaj 0 – dakle, Zemlja nam svake godine „pobegne“ za po jedan dan unapred, te će, na primer, posle 60 godina, 1. mart biti onaj dan koji odgovara sredini proleća ; posle 150 godina – 1. mart kada je dan koji „pada“ sredinom leta, itd. Kako eliminisati ovu nepravilnost? Jedan od načina je da svake godine 1. mart „proglašimo“ 2. martom; drugi način je da se posle svake četvrte godine 1. mart „proglaši“ 5. martom, itd. Dakle, ako je kalendarska godina „kraća“ od tropske, onda moramo „pomeriti“ (posle jedne, dve ili više godina) datume unapred.



*Pretpostavka:*

1. Vreme kretanja Zemlje oko Sunca (period  $T_s$ ) je  $T_s = 366$  dana
  2. Vreme se računa tako što se uzima da godina ima 365 dana
- 0 ... Položaj Zemlje 1. marta proizvoljne godine yyyy u 00 časova  
 1 ... Položaj zemlje 28. februara yyyy+1 godine u 24 časa

*Slika 3.*

U drugom slučaju (slika 3.) vreme kretanja Zemlje oko Sunca je  $T_s=366$  dana, a kao jedinicu za računanje vremena smo opet uzeli jednu kalendarsku godinu od  $T=365$  dana. Ako opet označimo položaj Zemlje 1. marta (može i bilo kog drugog datuma) proizvoljne godine simbolom 0, onda će ona, u ovom slučaju, posle godinu dana ( $T=365$  dana) biti u položaju 1 – dakle za 365 dana Zemlja nije „stigla“ da se jednom okreće oko Sunca – potreban joj je još jedan dan da bi ponovo došla u položaj 0. Međutim kada je Zemlja došla u položaj 1 za nas, po ovom sistemu računanja vremena, počinje novi dan – 2. mart; u položaju 0 – je 2. mart yyyy+1 godine. To znači da mi, u ovom slučaju – pri računanju vremena, svake godine činimo vremensko pomeranje od jednog dana unapred u odnosu na trenutak koji odgovara stvarnom položaju Zemlje, pa bi 1. mart posle, primera radi, 60 godina bio onog dana koji odgovara početku januara, a posle 120 godina – početku novembra meseca. Kako eliminisati ovu nepravilnost? Jedan od načina je da se, na primer, posle svake druge godine (od po 365 dana) 1. mart „proglasi“ 26. februarom ili posle svake pete godine – 23. februarom. U ovom slučaju ( $T < T_s$ ) „pomeranje“ datuma se vrši unazad.

Vratimo se sada na pitanje šta je kalendar? Kalendar ili računanje vremena je skup pravila o podeli vremena (vremenskog intervala) na dane, nedelje, mesece i godine. Kao kalendarska godina se uzima onaj vremenski interval ( $T$ ) koji je približno jednak vremenu obilaska Zemlje oko Sunca.

Mnogi istoričari smatraju da je računanje vremena započelo zaslugom starih Egipćana u petom milenijumu pre nove ere. Osnovna jedinica za računanje vremena (T) staroegipatskog kalendarja bila je godina od 365 dana.

U starom Rimu se, do sredine sedmog veka pre nove, ere kao jedinica za računanje vremena koristila godina koja je imala 10 meseci – šest po 30 dana i četiri od 31 dana, odnosno 304 dana; nova godina je počinjala u martu, a završavala se u decembru mesecu. Iz ovog perioda nasleđena su i imena meseca i to: Martius (mart) – po bogu Marsu, Aprilius (april) – po latinskom glagolu aperire (otvaranje), Maius (maj) – po boginji Maji, Junius (jun) – po Junoni (boginja braka i rada). Ostali meseci ime su dobili prema rednom broju iz tog vremena; peti mesec – Quintilis, šesti – Sextilis, sedmi – September, osmi – oktober, deveti – november i deseti – december. Januar i februar uvedeni su u kalendar tokom sedmog veka pre nove ere.

Sedmodnevna nedelja kao deo meseca uvedena je intervencijom na julijanskom kalendaru za vreme vladavine cara Konstantina. Započinje neradnim danom (nedelja) kao dan sećanja na Hristovo vaskrsenje.

Dan kao jedinica za računanje vremena, sve do 1925. godine, predstavljao je vremenski period od podneva do podneva narednog dana. Od 1925. godine dan se računa od ponoći do ponoći.

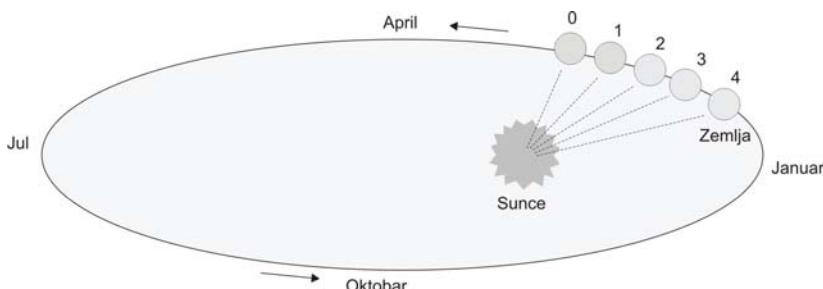
## JULIJANSKI KALENDAR

Julijanski kalendar je prvi kalendar zasnovan na naučnoj osnovi. Ustanovljen je 46. godine pre nove ere. Tvorac kalendarja je rimski imperator Julije Cezar. Reforma dotadašnjeg kalendarja je izvršena na osnovu sugestija egipatskog matematičara i astronoma Sosigena. Kalendar se zasnivao na godini od 365 dana i 6 časova; dakle  $T=365$  dana i 6 časova i  $T>Ts$ . Prosta godina ima 365, a prestupna 366 dana; prestupna godina je ona čiji je redni broj deljiv sa četiri. Nakon uvođenja Julijanskog kalendarja 45 godine pre nove ere najpre je, greškom, svaka treća godina bila prtestupna; prestupne su bile 45. pre nove ere, 42. pre nove ere, pa sve do 9. godine pre nove ere. Kada je greška uočena, po naređenju imperatora Augusta, izbačene su sve prestupne godine između 9. godine pre nove ere i 8. godine nove ere - od kada se je nadalje uzimala svaka naredna četvrta godina kao prestupna.

Po julijanskom kalendaru godina je bila podeljena na dvanaest meseci od kojih je šest bilo sa po 31 dan, pet sa po 30 dana i jedan (Februarius – kako se tada zvao mesec februar) sa 29 dana u prostoj i 30 dana u prestupnoj godini.

Godine 44. pre nove ere mesec Quintilis je preimenovan u Julius u čast Julija Cezara, a 8. godine nove ere odlučeno je da se mesec Sextilis nazove, po imperatoru Augustu, Augustus.

Postavlja se sada pitanje kakve posledice ima ovakav izbor jedinice za računanje vremena na odnos stvarnog vremena koje je proteklo u toku kretanja Zemlje oko Sunca i vremena koje računamo korишćenjem jedinice za računanje vremena od jedne kelandarske godine, odnosno 365 dana i 6 časova? Pretpostavimo, najpre, da je period kretanja Zemlje oko Sunca  $T_s = 365$  dana i 6 časova, dakle onoliko koliko iznosi ustanovljena jedinica ( $T$ ) za računanje vremena, i da se 1. mart neke proizvoljne godine yyyy u 00 časova Zemlja nalazi u položaju 0. (slika 4.).



*Pretpostavka:*

1. Vreme kretanja Zemlje oko Sunca (period  $T_s$ ) je  $T_s = 365$  dana i 6 časova
2. Vreme se računa tako što se uzima da prosta godina ima 365 dana, a prestupna (čiji je redni broj deljiv sa 4), 366 dana
- 3 ... Položaj Zemlje 1. marta proizvoljne godine yyyy u 00 časova
- 1 ... Položaj zemlje 28. februara yyyy+1 godine u 24 časa
- 2 ... Položaj Zemlje 28. februara yyyy+2 godine u 24 časa
- 3 ... Položaj Zemlje 28. februara yyyy+3 godine u 24 časa
- 4 ... Položaj Zemlje 28. februara yyyy+4 godine u 24 časa

*Slika 4.*

Krećući će se oko Sunca Zemlja će posle 365 dana (koliko traje prosta godina) biti u položaju 1, a ne u prvobitnom (položaj 0) jer joj do položaja 0 „treba“ još 6 časova, tako da će u položaju 0 biti tek 1. marta yyyy+1 u 6 časova. Nakon još 365 dana Zemlja će biti u položaju (28. februara u 00 časova) 2, dok će u položaj 0 „doći“ tek 1. marta u 12 časova. Posle treće proste godine Zemlja je u položaju 3, itd... Očigledno je da posle svakih 365 dana (prosta godina) Zemlja „zaostaje“ (kasni) za po 6 časova u odnosu na izabrani vremenski interval od  $T=365$  dana. Da bi se ovo odstupanje otklonilo (jer ako se ne bi otklonilo, onda bi – primera radi – posle 60 godine, 1. mart bio onda kada se Zemlja, krećući se oko Sunca, nalazi u položaju koji odgovara položaju februara meseca), julijanskim kalendarom je ustanovljeno da četvrta godina traje 366, umesto 365 dana. To znači (slika 4) da će Zemlja 28. februara yyyy+4 u 00 časova biti u položaju 4, pa umesto da sledeći dan bude 1. mart yyyy+4

godine, dodat je februaru mesecu još jedan dan (prestupna godina) – to je 29. februar  $yyyy+4$  godina. Za taj dan (4 puta 6 časova) Zemlja će iz položaja 4. stići u položaj 0, tako da se 1. mart  $yyyy+4$  godine računa ponovo od istog položaja Zemlje kao i pre četiri godine. Dakle, u ovom idealnom slučaju ( $T_s=365$  dana i 6 časova, tj.  $T=T_s$ ), posle svake četiri godine, računato vreme i stvarno vreme kretanja Zemlje oko Sunca (za četiri godine) poklapaju se.

Međutim, s obzirom na to da  $T_s$  nije 365 dana i 6 časova, već nešto manje, to u praktičnoj primeni julijanskog kalendara dolazi do izvesnih odstupanja koja nisu uočljiva za jednu, dve ili deset godina, ali su značajna za periode od preko sto i više godina. Naime, vreme potrebno da Zemlja četiri puta pređe putanju oko Sunca iznosi:

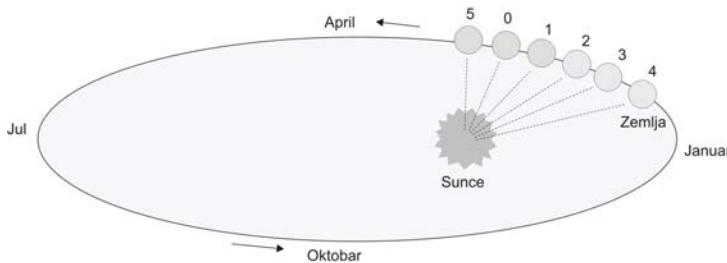
$$T_s = 4 \cdot T_s = 4 \cdot (365 \text{ dana}, 5 \text{ časova}, 48 \text{ minuta}, 46 \text{ sek}) = 1460 \text{ dana } 23 \text{ časa } 15 \text{ min } 4 \text{ sek}$$

a ukupno računato vreme, uzimajući da prosta godina traje 365 dana, a prestupna 366 iznosi:

$$t = 4 \cdot T = 4 \cdot (365 \text{ dana}, 6 \text{ časova}) = 1461 \text{ dan}$$

Vidi se da je  $t > T_s$ , a njihova razlika je:

$$\Delta t = t - T_s = 44 \text{ minuta } 56 \text{ sekunde}^2$$



*Pretpostavka:*

1. Vreme kretanja Zemlje oko Sunca (period  $T_s$ ) je  $T_s = 365$  dana, 5 časova, 48 minuta i 46 sekundi
2. Vreme se računa tako što se uzima da prosta godina ima 365 dana, a prestupna (čiji je redni broj deljiv sa 4), 366 dana

- 0 ... Položaj Zemlje 1. marta proizvoljne prestupne godine  $yyyy$  u 00 časova
- 1 ... Položaj zemlje 28. februara  $yyyy+1$  godine u 24 časa
- 2 ... Položaj Zemlje 28. februara  $yyyy+2$  godine u 24 časa
- 3 ... Položaj Zemlje 28. februara  $yyyy+3$  godine u 24 časa
- 4 ... Položaj Zemlje 28. februara  $yyyy+4$  godine u 24 časa
- 5 ... Stvarni položaj Zemlje 1. marta  $yyyy+4$  godine u 00 časova

*Slika 5.*

<sup>2</sup> Za jednu godinu razlika je  $\Delta t / 4$  godine  $\approx 11$  minita i 14 sekundi

pa će Zemlja (slika 5.) posle četiri godine, umesto u položaju 0, biti u položaju 5 – pošto joj je za četiri godine potrebno manje vremena nego što je, po julijanskom kalendaru, računato. To znači da je računato vreme po julijanskom kalendaru, svake četiri godine veće (kasni se) za  $\Delta t = 44$  minuta 56 sekunde od stvarnog vremena kretanja Zemlje oko Sunca. Za veće vremenske periode ova kašnjenja su znatno veća; dajemo nekoliko primera:

- za 100 godina razlika iznosi:  $25 \cdot \Delta t = 67.400$  sekundi
- za 128 godina razlika iznosi  $32 \cdot \Delta t = 86.272$  sekundi  $\approx 1$  dan
- za 300 godina:  $3 \cdot 25 \cdot \Delta t = 202.200$  sekundi = 2,34 dana
- za 400 godine:  $4 \cdot 25 \cdot \Delta t = 269.600$  sekundi = 3,12 dana
- za 800 godina:  $8 \cdot 25 \cdot \Delta t = 539.200$  sekundi = 6,24 dana
- za 1500 godina:  $15 \cdot 25 \cdot \Delta t = 1.011.000$  sekundi = 11,70 dana
- za 1600 godina:  $16 \cdot 25 \cdot \Delta t = 12,48$  dana itd.

Za 3846 godina zakašnjenje će biti oko 30 dana, pa bi 1. mart na kraju ovog perioda bio onog dana kada se Zemlja nalazi na delu putanje koji odgovara početku meseca aprila.

Odstupanja računatog vremena po Julijanskom kalendaru od stvaranog (prirodnog) vremena kasnije su uočena, pa je 325. godine nove ere, u Nikeji, na Prvom vaseljenskom Saboru, odlučeno da se iz kalendara „izbace“ tri (3) dana koja su predstavljala vremensku razliku od 46. godine pre nove ere do 325. godina nove ere ( $46 g + 325 g = 371$  godina  $\approx 3 \times 128 \rightarrow$  razlika 3 dana, jer je odstupanje posle svakih 128 godina iznosilo 1 dan) i time je smanjena razlika između stvarnog i računatog vremena. Vreme se i posle sabora u Nikeji računalo po Julijanskom kalendaru.

## GREGORIJANSKI KALENDAR

Gregorijanski kalendar je ustanovljen 1582. godine. Tvorac ovog kalendara je rimski papa Gregorije XIII. U osnovi kalendara je, kao i od julijanskog, godina od 365, dana i 6 časova, proste godine imaju po 365 a prestupne (čiji je redni broj deljiv sa četiri) po 366 dana, sem vekovnih godina koje nisu deljive sa 400. Dakle, vekovne godine koje nisu deljive sa 400 (700, 1100, 1300. godina itd.) nisu prestupne, dok, prvena radi, 800. godina, 1200. godina, 1600. godina itd. – jesu. Osnovna ideja gregorijanskog kalendara bila je smanjenje vremenskog kašnjenja računatog vremena i stvarnog vremena kretanja Zemlje oko Sunca.

Sledeći ovu ideju i činjenicu da je od 325. godine, kada je održan Prvi vaseljenski sabor i kada je korigovan julijanski kalendar za tri dana, do 1582.

godine bilo deset vekovnih godina koje nisu deljive sa 400 (300, 500, 600, 700, 900, 1000, 1100, 1300, 1400 i 1500 godina) i koje su po julijanskom kalendaru prestupne (imaju 366 dana), dok po gregorijanskom nisu (365 dana) – komisija na čelu sa Alojzijem Lilijusom je 1582. godine predložila novi kalendar u kome je između ostalog utvrđeno da se u računanju vremena izvrši korekcija od 10 dana – koliko se je do tada (od 325. do 1582. godine) “zaostalo“ za stvarnim proteklim vremenom korišćenjem julijanskog kalendara. Na osnovu toga, rimski papa Gregorije XIII je te 1582. godine, svojom odredbom (bulom) uredio da posle četvrtka 4. oktobra, sutradan jednostavno bude petak 15. oktobar.

Po gregorijanskom kalendaru, prosečna kalendarska godina traje  $T=365, 2421896$  dana; podeljena je na dvanaest meseci od kojih sedam ima po 31 dan, četiri po 30 dana i jedan (februar) 28 dana u prostoj i 29 dana u prestupnoj godini.

Da li se uvođenjem gregorijanskog kalendara smanjio vremenski interval između računatog i stvarnog vremena? Proverimo najpre na periodu od 400 godina, a zatim ćemo obaviti proveru i upoređivanje sa julijanskim kalenarom i za druge periode. Potrebno vreme da Zemlja 400 puta obide Sunce iznosi:

$$t_s' = 400 \cdot Ts = 146.096 \text{ dana} \quad 21 \text{ čas } 6 \text{ minuta } 40 \text{ sekundi},$$

dok je računato vreme po gregorijanskom kalendaru:

$$t' = 400 \cdot 365 \text{ dana} + 3 \cdot 24 \text{ dana} + 25 \text{ dana} = 146.097 \text{ dana}$$

gde su:

- $400 \cdot 365 \text{ dana}$  - broj dana u 400 prostih godina,
- $3 \cdot 24 \text{ dana}$  - broj dana u prestupnim godinama prvog, drugog i trećeg veka i
- $25 \text{ dana}$  – broj dana u prestupnim godinama četvrtog veka.

Očigledno da je  $t' > t_s'$ , što znači da ako posmatramo kretanje Zemlje oko Sunca od nekog momenta kada je bilo u položaju 0 (slika 2.), onda će posle 400 godina (po gregorijanskom kalendaru) biti u položaju 1, jer je za vreme  $t_s'$  - obišla 400 puta oko Sunca i za vreme

$$\Delta t' = t' - ts = 2 \text{ časa } 53 \text{ minuta i } 20 \text{ sekundi}$$

ona se pomerila iz položaja 0 u položaj 1. Dakle, i u ovom slučaju se u procesu računanja vremena kasni (ali znatno manje) u odnosu na stvarno vreme koje protekne pri kretanju Zemlje oko Sunca<sup>3</sup>. U sledećoj tabeli dat je uporedni

---

<sup>3</sup> Za jednu godinu kašnjenje iznosi  $\Delta t'/400$  godina  $\approx 26$  sekundi

pregled odstupanja računatog vremena po julijanskom i gregorijanskom kalendaru za različite periode vremena.

**Tabela 1.** Uporedni pregled odstupanja računatog vremena po julijanskom i gregorijanskom kalendaru

Period (u godinama)	Julijanski kalendar $\Delta t$ (u danima)	Gregorijanski kalendar $\Delta t'$ (u danima)
100	0,78	0,03
300	2,34	0,09
400	3,12	0,12
800	6,24	0,24
1500	11,70	0,45
1600	12,48	0,48

Gregorijanski kalendar je, uz velike otpore, do sredine 18. veka prihvaćen u celoj zapadnoj Evropi.

Na kraju treba istaći sledeće: s obzirom na to da je od 325 godine do početka 20 veka (1900. godine) bilo 13 vekovnih godina koje nisu deljive sa 400 (pored već navedenih, to su i 1700, 1800. i 1900. godina), to je tokom 20 veka razlika između računatog vremena (datumi) po Gregorijanskom i Julijanskom kalendaru iznosila 13 dana. Ta razlika ostaje i tokom 21. veka (pošto je 2000. godina deljiva sa 4 i sa 400, pa je prestupna i po jednom i po drugom kalendaru). Tokom 22. veka (2100 godina – kao vekovna – nije deljiva sa 400) razlika između jednog i drugog kalendaru će biti 14 dana, dok će tokom 23 veka ovo iznositi 15 dana.

## ZAKLJUČAK

Najbolji kalendar bi bio onaj koji bi do kraja „poštovao“ vreme kretanja Zemlje oko Sunca. Međutim, kako je to nemoguće zbog iracionalne vrednosti tropske godine, to moramo praviti određene kompromise i prihvatići onaj koji je tačniji.

Od dva kalendara opisana u ovom radu, nesporno je, tačniji je gregorijanski kalendar. Ovaj kalendar se koristi i u Republici Srbiji. Srpska pravoslavna crkva nije prihvatile gregorijanski kalendar, već vreme i dalje računa po julijanskom kalendaru.

U maju 1923. godine u Istambulu je održan sedmi VaseljenSKI sabor na kome je, između ostalog, razmatrana problematika reforme julijanskog kalendara. Kraljevsku vladu tadašnje Jugoslavije zastupao je dr prof. Milutin

Milanković. Na zahtev Srpske pravoslavne crkve, Milanković je napravio kalendar koji je predstavljen i usvojen na ovom Saboru. Prema ovom kalendaru razlika između tropске i kalendarske godine iznosi dve sekunde, što znači da bi ona iznosila jedan dan tek posle 43.200 godina. Iako je, definitivno ovo najprecizniji kalendar do danas, on nije ušao u upotrebu u Srpskoj pravoslavnoj crkvi kao ni u ostalim crkvama.

## LITERATURA

- [1]. Momir Nikić, Popularna enciklopedija, BIGZ, Beograd, 1976. god.
- [2]. Drago I. Dragović, Kalendar kroz istoriju, am@astronomija.co.yu
- [3]. Dr Marko Platiša, Kurs opšte fizike, Naučna knjiga, Beograd, 1980.
- [4]. Б.М. Яаорский и А.А.Детлаф, Справочник по физике, издательство „Наука“, Москва, 1964.

UDK:681.32:512.622(045)=861

## KOMPIJUTERSKI PROGRAM ZA POLINOM ČETVRTOG STEPENA

### COMPUTER PROGRAMME FOR POLINOMIAL OF FOURTH DEGREE

Emina Požega<sup>1</sup>, Svetlana Ivanov<sup>2</sup>, Vesna Conić<sup>1</sup>, Ćerim Abazi

<sup>1</sup> Institut za rudarstvo i metalurgiju Bor

<sup>2</sup> Tehnički fakultet u Boru, Univerzitet u Beogradu

#### **IZVOD**

*U ovom radu je predstavljen kompjuterski program za polinom četvrtog stepena. Planirani eksperiment predstavlja novi prilaz eksperimentalnom istraživanju pri kome se matematičkim metodama daju aktivne uloge. Korišćeni kompjuterski program zasnovan na osnovu regresione jednačine omogućio je dobijanje koordinata pojedinih procentualnih promena zapremine, poroznosti i dubine sloja i crtanje grafika (simpleks trougla).*

**Ključne reči:** kompjuterski program, polinom četvrtog stepena

#### **ABSTRACT**

*In this paper are presented computer programme for polynomial of four degree. Coast experiment representing a new access experimental design research with mathematic metod when they take a aktiv role. Used compilation model (program) based upon on unknot regressive equation make a possibile to take a coordinate singular volume percentage change, porosity and a deep of layer and linedraw (simpleks triangle).*

**Key words:** computer programme, polynomial offort degree

## UVOD

Metod simpleks-planova omogućava dobijanje složenih modela ispitivanih zavisnosti. Ovo je naročito važno jer su linearni i kvadratni modeli neadekvatni pri variranju nivoa faktora u širokim granicama, a za faktorne planove trećeg ili višeg stepena potrebno je obaviti daleko veći broj ogleda.[1]

U inženjerskoj praksi se vrlo često javljaju problemi uticaja sastava neke smese na ispitivane osobine, npr. zavisnost osobina legure od sadržaja komponenti, zavisnost osobina kaluparskog materijala od sadržaja veziva i vlage i slično.

Zajedničko obeležje ovakvih problema je činjenica da je zbir svih komponenti jednak 100%. Matematičkim jezikom rečeno, ako je sistem sastavljen od  $q$  komponenti čiji su udeli u smeši  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_q$ , onda je:

$$x_i \geq 0 \text{ za } i = 1, 2, \dots, q$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_q = 1$$

Ispitivana veličina se može izraziti regresionim polinomom. Tako npr., ako se radi o dva faktora, primena drugog uslova i zamena kvadratnih članova daje:

$$\hat{y} = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$$

Simpleksom nazivamo prostu figuru koja u  $k$ -dimenzionom prostoru ima  $k+1$  vrhova, npr., za  $k=2$  -trougao, za  $k=3$  -tetraedar i sl.

Metod simpleks-planova omogućava dobijanje složenih modela ispitivanih zavisnosti. Ovo je naročito važno jer su linearni i kvadratni modeli neadekvatni pri variranju nivoa faktora u širokim granicama, a za faktorne planove trećeg ili višeg stepena potrebno je obaviti daleko veći broj ogleda.

Za matematičku obradu rezultata korišćen je regresioni polinom četvrtog stepena u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}
 y = & b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + \\
 & + c_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2) + c_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3) + c_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3) + \\
 & + d_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2)^2 + d_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3)^2 + d_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3)^2 + \dots \quad (1) \\
 & + b_{1123} x_1^2 x_2 x_3 + b_{1223} x_1 x_2^2 x_3 + b_{1233} x_1 x_2 x_3^2
 \end{aligned}$$

Nepoznate koeficijente regresije nalazimo po sledećim obrascima:

$$b_i = \bar{y}_i \dots \quad (2)$$

$$b_{ij} = 4\bar{y}_{iijj} - 2\bar{y}_i - 2\bar{y}_j \dots \quad (3)$$

$$c_{ij} = 8/3(\bar{y}_j - \bar{y}_i + 2\bar{y}_{iijj} - 2\bar{y}_{ijjj}) \dots \quad (4)$$

$$d_{ij} = 8/3(4\bar{y}_{iijj} + 4\bar{y}_{ijjj} - 6\bar{y}_{iijj} - \bar{y}_i - \bar{y}_j) \dots \quad (5)$$

$$\begin{aligned} b_{ijk} = & 32(3\bar{y}_{iijk} - \bar{y}_{ijjk} - \bar{y}_{ijkk}) + 8/3(6\bar{y}_i - \bar{y}_j - \bar{y}_k) - 16(\bar{y}_{iijj} + \bar{y}_{iikk}) - \\ & - 16/3(5\bar{y}_{iijj} + 5\bar{y}_{iikk} - 3\bar{y}_{ikkk} - \bar{y}_{jjjk} - \bar{y}_{jkkk}) \end{aligned} \dots \quad (6)$$

Jedna od prvih obrada rezultata eksperimenata je provera dejstva faktora disperzionom analizom.

Regresioni polinom (1) procenjuje reakcionu površinu u svakoj tački faktornog prostora. Problem je samo što ta procena, odnosno njena tačnost, nije ista za sve tačke simpleksa već zavisi od uslova eksperimenta. Rasipanje rezultata-disperzija, može se proceniti za svaki model, imajući u vidu da su za sve vrhove, ili rogljeve, simpleksa, koeficijenti regresije linearne funkcije rezultata.

Za procenu disperzije, neophodno je ponavljanje eksperimenta za istu kombinaciju nivoa faktora.

$$\bar{y}_i, \bar{y}_{ij}, \bar{y}_{iijj}, \text{ itd.}$$

Za posmatrani model je:

$$b_i = \bar{y}_i$$

$$b_{ij} = 4\bar{y}_{iijj} - 2\bar{y}_i - 2\bar{y}_j$$

Zamenom ovih jednačina u model, uprošćavanjem izraza i uvođenjem zamene dobija se:

$$\begin{aligned}
\hat{\bar{y}} = & a_1 \bar{y}_1 + a_2 \bar{y}_2 + a_3 \bar{y}_3 + a_{1122} \bar{y}_{1122} + a_{1133} \bar{y}_{1133} + \\
& + a_{2233} \bar{y}_{2233} + a_{1112} \bar{y}_{1112} + a_{1222} \bar{y}_{1222} + a_{2333} \bar{y}_{2333} + \dots (7) \\
& + a_{1333} \bar{y}_{1333} + a_{2223} \bar{y}_{2223} + a_{1113} \bar{y}_{1113} + a_{1123} \bar{y}_{1123} a_{1223} \bar{y}_{1223} + a_{1233} \bar{y}_{1233}
\end{aligned}$$

gde su:

$$(a_1, a_2, a_3) = a_i = \frac{1}{3} x_i (32x_i^3 - 48x_i^2 + 22x_i - 3) \dots (8)$$

$$(a_{1122}; a_{1133}; a_{2233}) = a_{iijj} = 4x_i x_j (1 + 16x_i x_j - 4x_i - 4x_j) \dots (9)$$

$$(a_{1112}; a_{1222}; a_{2333}; a_{1333}; a_{2223}; a_{1113}) = a_{iiij} = \frac{16}{3} x_i x_j (8x_i^2 - 6x_i + 1) \dots (10)$$

$$(a_{1123}; a_{1223}; a_{1233}) = a_{iijk} = 32x_i x_j x_k (3x_i - x_j - x_k) \dots (11)$$

Na ovu jednačinu primenimo Gausov zakon nagomilavanja greške i dobićemo sledeće:

$$\begin{aligned}
\sigma_y^2 = & a_1 \sigma^2 \bar{y}_1 + a_2 \sigma^2 \bar{y}_2 + a_3 \sigma^2 \bar{y}_3 + a_{1133} \sigma^2 \bar{y}_{1133} + a_{2233} \sigma^2 \bar{y}_{2233} + \\
& + a_{1122} \sigma^2 \bar{y}_{1122} + a_{2223} \sigma^2 \bar{y}_{2223} + a_{1222} \sigma^2 \bar{y}_{1222} + a_{1113} \sigma^2 \bar{y}_{1113} + \dots (12) \\
& + a_{2333} \sigma^2 \bar{y}_{2333} + a_{1123} \sigma^2 \bar{y}_{1123} + a_{1223} \sigma^2 \bar{y}_{1223} + \\
& + a_{1233} \sigma^2 \bar{y}_{1233} + a_{1333} \sigma^2 \bar{y}_{1333}
\end{aligned}$$

Iz ovog izraza dobija se jednačina za disperziju našeg matematičkog modela:

$$\sigma^2 \hat{\bar{y}} = \left[ \sum \frac{a_i^2}{r_i} + \sum \frac{a_{iijj}^2}{r_{iijj}} + \sum \frac{a_{iiij}^2}{r_{iiij}} + \sum \frac{a_{iijk}^2}{r_{iijk}} \right] \sigma^2 \hat{\bar{y}} \dots (13)$$

Broj ponovljenih očitavanja  $r_i$ ,  $r_{ij}$  i  $r_{ijk}$ , jednak je za sve nivoe i obeležava se sa " $r$ ", a ostatak izraza sa " $A$ ", pa se dobija:

$$\sigma^2 \hat{y} = \frac{A}{r} \cdot \sigma^2 y \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

Disperzija eksperimenata  $\sigma^2$  y dobija se iz izraza:

gde je:

- " $y_i$ " jedna od vrednosti očitavanja, a " $\bar{y}_i$ " srednja vrednost ukupnih vrednosti očitavanja,
  - $r$  - broj očitavanja,
  - $k$  - broj kontrolnih tačaka,
  - f- broj stepena slobode.

Za proveru adekvatnosti modela iz regresionog polinoma izračunava se  $\hat{y}_i$  za sve kombinacije nivoa faktora i te vrednosti se oduzimaju od odgovarajućih vrednosti. Ovo će biti:

$$D_i \equiv \bar{y} - \hat{y}_i \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

gde je:

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ , broj kontrolnih tačaka. Sa ovim se obrazuje procena Studentovog kriterijuma t.i. za svaku kontrolnu tačku posebno.

$$t_i = \frac{D_i \sqrt{r}}{\sigma_v \sqrt{I + A_k}} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

Za poređenje iz Studentove tabele raspodele bira se ( $t_i$ ) za odgovarajući koeficijent verodostojnosti  $\left(\frac{\alpha}{2n}\right)$ , stepen slobode ( $f$ ).

Provera adekvatnosti za kontrolnu tačku  $K_1$ :

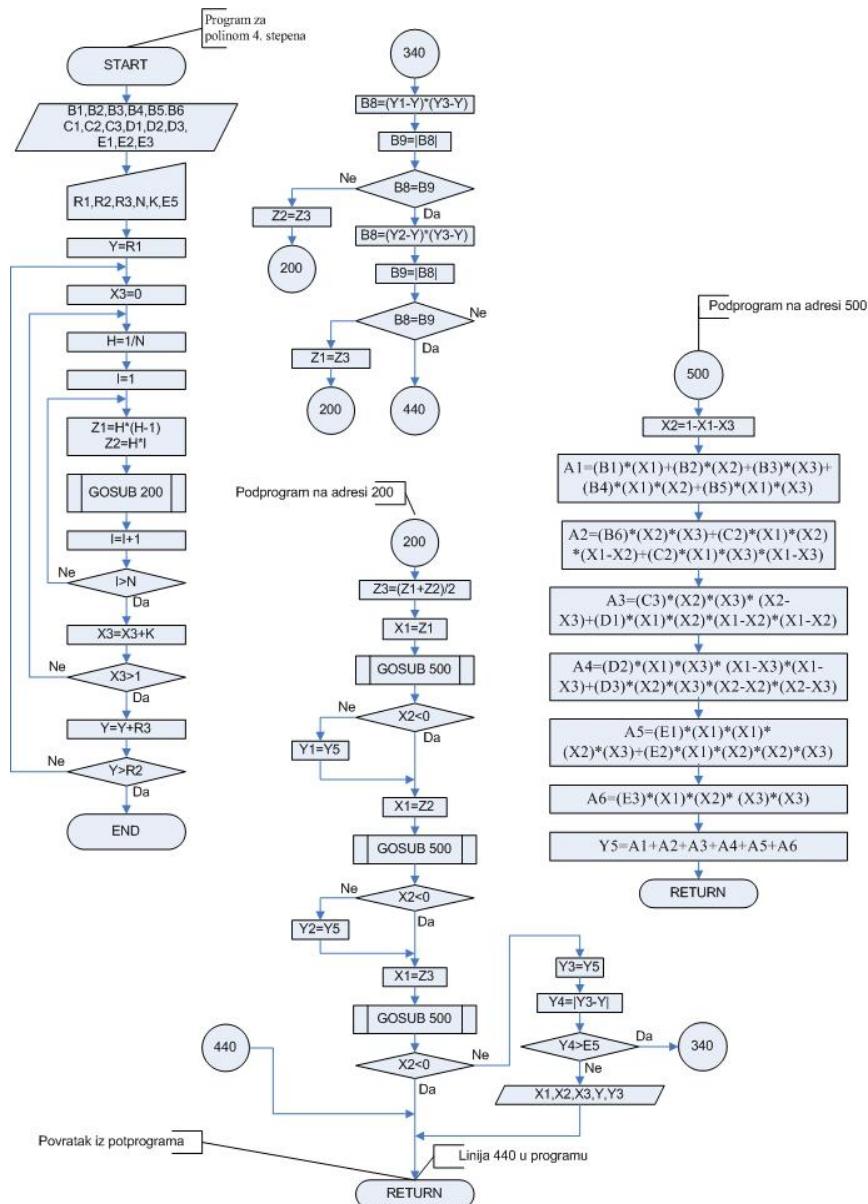
Upoređujući dobijene dve vrednosti zaključujemo da li je model adekvatan ili nije. Uslov da model bude adekvatan je:

$$t_{k_j} < t_i$$

Provera adekvatnosti i disperzije u tački  $K_2$  računaju se po istim formulama.

Za utvrđivanje optimalnih uslova boriranja (sastava smese za boriranje) presovanih uzoraka od železnog praha, korišćen je simpleks plan četvrtog stepena sa 15 eksperimentalnih tačaka (slika 3).[2] Pretpostavljeni matematički model je polinom četvrtog stepena, pošto su se nepotpuni kubni i kubni model proverom adekvatnosti modela pokazali neadekvatnim [3].

### Blok-dijagram kompjuterskog programa



## POKRETANJE PROGRAMA

Dvostrukim klikom na ikonu za Simpleks program slika br.1. aktiviramo program [4] pri čemu se otvara dijalog okvir prikazan kao na slici br.2.



**SimpleksT.exe**

*Slika 1.*

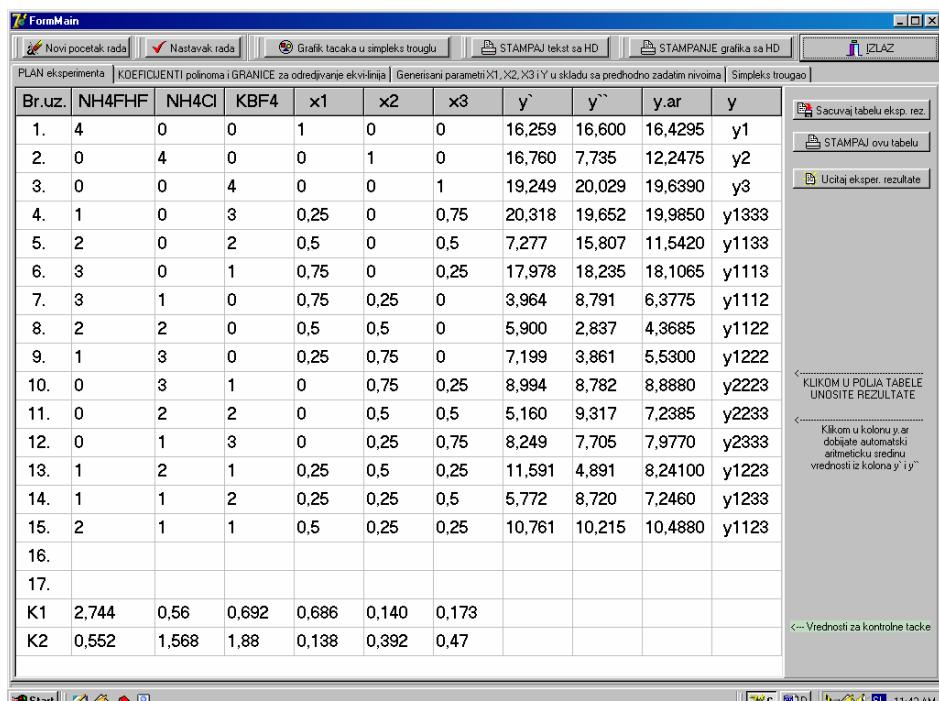
The screenshot shows the main interface of the SimpleksT.exe application. At the top, there is a menu bar with options like 'Novi pocetak rada' (New start), 'Nastavak rada' (Continue work), 'Grafik tacaka u simpleks trouglu' (Graph of points in simplex triangle), 'STAMPAJ tekst sa HD' (Print text from HD), 'STAMPAJ grafika sa HD' (Print graphics from HD), and 'IZLAZ' (Exit). Below the menu is a toolbar with icons for new start, continue work, print text, print graphics, and exit. The main area contains a table with columns labeled 'Br.uz.', 'NH4FHF', 'NH4Cl', 'KBF4', 'x1', 'x2', 'x3', 'y', 'y''', 'y.ar', and 'y'. Rows 1 through 15 are listed, with values for 'y' ranging from 'y1' to 'y1123'. To the right of the table is a vertical status bar with text in Serbian. The status bar includes the time '11:11 AM' at the bottom.

Br.uz.	NH4FHF	NH4Cl	KBF4	x1	x2	x3	y	y'''	y.ar	y
1.										y1
2.										y2
3.										y3
4.										y1333
5.										y1133
6.										y1113
7.										y1112
8.										y1122
9.										y1222
10.										y2223
11.										y2233
12.										y2333
13.										y1223
14.										y1233
15.										y1123
16.										
17.										
K1										
K2										

*Slika 2.*

**Napomena:** decimalni zarez u tabelama kucati kao tačku

Popunjavamo tabelu, slika br. 2, na osnovu predviđenog plana eksperimenta i na osnovu dobijenih eksperimentalnih rezultata (dubina boridnog sloja, zapreminske promene, poroznost). Sačuvamo popunjenu tabelu sa rezultatima pritiskom na "Sačuvaj tabelu eksperimentalnih rezultata", slika br.3, pri čemu pamtimo gde smo te rezultate sačuvali u namenjeni folder. Pri sledećem otvaranju programa, ukoliko već imamo sačuvane podatke, pritiskom na "Učitaj eksperimentalne rezultate", pojaviće nam se popunjena tabela sa podacima, kao što je prikazano na slici br. 3.



The screenshot shows the 'FormMain' application window. At the top, there are several buttons: 'Novi pocetak rada' (New start), 'Nastavak rada' (Continue work), 'Grafik tacaka u simpleks trouglu' (Graph of points in simplex triangle), 'STAMPAJ tekst sa HD' (Print text from HD), 'STAMPANJE grafika sa HD' (Print graphics from HD), and 'IZLAZ' (Exit). Below the buttons, a menu bar includes 'PLAN eksperimenta', 'KOEFICIJENTI polinoma i GRANICE za određivanje izo-linija', 'Generisani parametri X1, X2, X3 i Y u skladu sa predhodno zadatim nivoima', and 'Simpleks trougao'. The main area contains a table with 17 rows and 11 columns. The columns are labeled: Br.uz., NH4FHF, NH4Cl, KBF4, x1, x2, x3, y^, y^~, y.ar, and y. The table is filled with numerical values. To the right of the table, there are several buttons: 'Sacuvaj tabelu eksp. rez.', 'STAMPAJ ovu tabelu', and 'Ucitaj eksper. rezultate'. A tooltip 'KLIKOM U POLJA TABELE UNOSITE REZULTATE' is shown above the table. Another tooltip 'Klikom u kolonu y.ar dobijate automatski aritmeticku sredinu vrednosti iz kolona y^ i y^~' is shown to the right of the table. A third tooltip 'Vrednosti za kontrolne tacke' is at the bottom right. The bottom of the window shows a taskbar with icons for Start, File, Print, and Help, along with system status information: 'S 0 D 11:42 AM'.

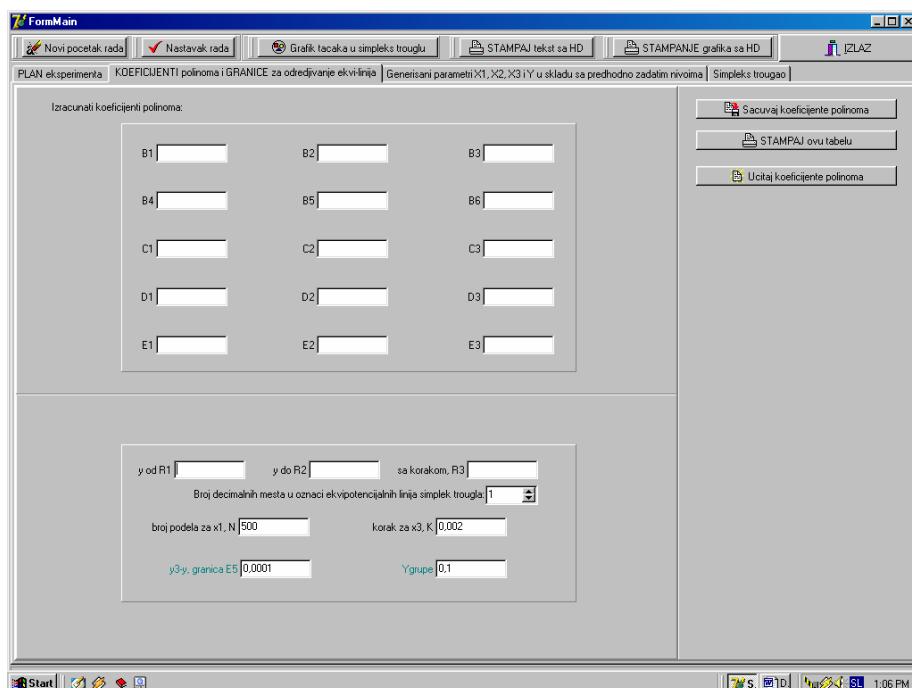
Br.uz.	NH4FHF	NH4Cl	KBF4	x1	x2	x3	y^	y^~	y.ar	y
1.	4	0	0	1	0	0	16,259	16,600	16,4295	y1
2.	0	4	0	0	1	0	16,760	7,735	12,2475	y2
3.	0	0	4	0	0	1	19,249	20,029	19,6390	y3
4.	1	0	3	0,25	0	0,75	20,318	19,652	19,9850	y1333
5.	2	0	2	0,5	0	0,5	7,277	15,807	11,5420	y1133
6.	3	0	1	0,75	0	0,25	17,978	18,235	18,1065	y1113
7.	3	1	0	0,75	0,25	0	3,964	8,791	6,3775	y1112
8.	2	2	0	0,5	0,5	0	5,900	2,837	4,3685	y1122
9.	1	3	0	0,25	0,75	0	7,199	3,861	5,5300	y1222
10.	0	3	1	0	0,75	0,25	8,994	8,782	8,8880	y2223
11.	0	2	2	0	0,5	0,5	5,160	9,317	7,2385	y2233
12.	0	1	3	0	0,25	0,75	8,249	7,705	7,9770	y2333
13.	1	2	1	0,25	0,5	0,25	11,591	4,891	8,24100	y1223
14.	1	1	2	0,25	0,25	0,5	5,772	8,720	7,2460	y1233
15.	2	1	1	0,5	0,25	0,25	10,761	10,215	10,4880	y1123
16.										
17.										
K1	2,744	0,56	0,692	0,686	0,140	0,173				
K2	0,552	1,568	1,88	0,138	0,392	0,47				

Slika 3.

Pritiskom na "KOEFICIJENTI polinoma i GRANICE za određivanje izo-linija" otvara se dijalog okvir prikazan kao na slici br. 4. Popunjavamo tabelu sa izračunatim regresionim koeficijentima polinoma.  $y$  od  $R_1$  i  $y$  do  $R_2$  su granice za određivanje izo-linija. One zavise od dobijenih eksperimentalnih rezultata (dubina boridnog sloja, zapreminske promene, poroznost). Npr. najmanja i najveća vrednost dobijena eksperimentalnim putem za poroznost boriranih uzoraka od železnog praha je: 4.37 ( $R_1$ ) i 19.98 ( $R_2$ ), slika br.3, a uzete granice

su 4 ( $R_1$ ) i 20 ( $R_2$ ). Korak sami zadajemo (zavisi od gustine izo-linija koje dobijemo u Simpleks trouglu).

Završni korak je grafik. Pritiskom na "grafik tačaka u simpleks trouglu" dobijamo grafik koji izgleda kao na slici br.7. Sačuvamo grafik pritiskom na "Sačuvaj grafik" u već postojećem namenjenom folderu gde su smešteni i ostali eksperimentalni podaci. Pored naziva grafika potrebno je navesti određenu ekstenziju (bmp), koja se piše iza tačke (slika br.6.). Program je napravljen tako da nam omogućuje i direkno štampanje podataka ("ŠTAMPAJ ovu tabelu" ili "Štampaj grafik"). Matematički model proverava se u kontrolnim tačkama  $K_1$  i  $K_2$ . Unošenjem kontrolnih tačaka u simpleks trougao dobijamo vrednosti sadržaja za sva tri aktivatora u mas.% ( $x_1=\text{NH}_4\text{FHF}$ ,  $x_2=\text{NH}_4\text{Cl}$  i  $x_3=\text{KBF}_4$ ) kao i vrednost regresionog polinoma sa tim sadržajem aktivatora. Vrednost regresionog polinoma nam pokazuje kolika će biti dobijena dubina boridnog sloja, zapreminske promene ili promene poroznosti sa izabranim sadržajem aktivatora, tako da te promene možemo unapred da predvidimo ili zadamo.



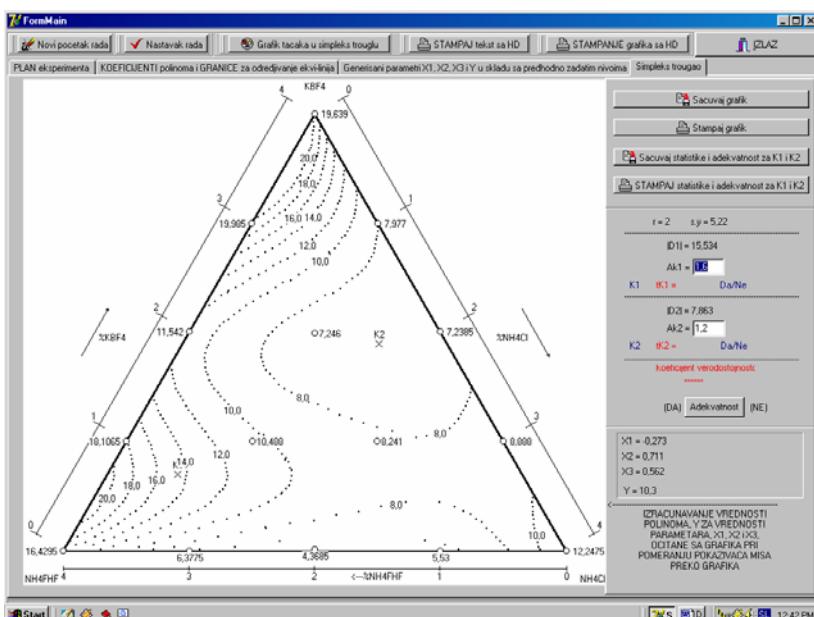
*Slika 4.*

The screenshot shows the 'FormMain' software interface. The main window title is 'FormMain'. The menu bar includes 'PLAN eksperimenta', 'KOEFICIENTI polinoma i GRANICE za određivanje ek-višine', 'Generisani parametri X1,X2,X3 i Y u skladu sa prethodno zadatim nivouma', and 'Simpleks trougao'. The toolbar includes 'Novi pocetak rada', 'Nastavak rada', 'Grafik tacaka u simpleks trougu', 'STAMPATI tekut sa HD', 'STAMPATI grafika sa HD', and 'IZLAZ'. The left panel displays 'Izracunani koeficijenti polinoma' with values:

B1	16.430	B2	12.247	B3	19.640
B4	39.070	B5	25.370	B6	34.819
C1	6.632	C2	1.461	C3	24.659
D1	19.350	D2	12.453	D3	20.953
E1	279.778	E2	186.042	E3	216.847

The right panel contains buttons for saving coefficients, printing, and exiting. Below these are input fields for parameters:  $y$  od  $R1$  [4],  $y$  do  $R2$  [20], sa korakom,  $R3$  [1], broj decimalnih mesta u oznaci ekspotencijalnih linija simpleks trougla [1], broj podela za x1, N [100], korak za x3, K [0.01],  $y_{3-y\_granica}$  E5 [0.001], and  $Y_{grupe}$  [0.1]. The status bar at the bottom shows 'Start', system icons, and the time '12:32 PM'.

Slika 5.



Slika 6.

## ZAKLJUČAK

Korišćeni kompjuterski program zasnovan na osnovu regresione jednačine (polinom četvrtog stepena) omogućio je dobijanje koordinata pojedinih procentualnih promena zapremine, poroznosti i dubine sloja i crtanje grafika (simpleks trougla).

Matematičkom obradom rezultata eksperimentalnih ispitivanja po Simpleks metodi i grafički prikaz rezultata eksperimenta omogućio nam je iznalaženje optimalnih vrednosti posmatranih parametara tj. izbor sastava mešavine za boriranje sa unapred zadanim promenama zapremine, poroznosti i dubine sloja. Simpleks planovi se mogu primeniti na rešavanje problema hemijsko-termičke obrade pri optimizaciji sastava smese za hemijsko-termičku obradu. Usvojeni matematički model (polinom četvrtog stepena) koji je uz to i adekvatan, omogućuje da se vrlo lako izabere sastav mešavine koja će obezbediti unapred određene zapreminske promene, promene poroznosti i dubinu boridnog sloja.

## LITERATURA

- [1].G. I. Krasovskii, G. F. Filaretov: Planed of Experiment, (Minsk, 1982), p.184, in Russian.
- [2]. I. Pantelić, Uvod u teoriju inžinjerskog eksperimenta, Novi Sad, (1976).
- [3]. E. Požega: Uticaj aktivatora na obrazovanje difuzionog sloja pri boriranju otpresaka od železnog praha, Magistarski rad, Bor, 2008.
- [4]. L. Kraus, Programsко okruženje Delphi 7 sa rešenim zadacima, Mikro knjiga, 2003.

## **UPUTSTVO AUTORIMA**

Časopis INOVACIJE I RAZVOJ izlazi dva puta godišnje i objavljuje naučne, stručne i pregledne rade. Za objavljivanje u časopisu prihvataju se isključivo originalni radovi koji nisu prethodno objavljivani i nisu istovremeno podneti za objavljivanje negde drugde. Radovi se anonimno recenziraju od strane recenzenta posle čega redakcija donosi odluku o objavljinjanju. Rad priložen za objavljinjanje treba da bude pripremljen prema standardima časopisa Inovacije i razvoj da bi bio uključen u proceduru recenziranja. Neodgovarajuće pripremljeni rukopisi biće vraćeni autoru na doradu.

### **Standardi za pripremu rada**

*Obim i font.* Rad treba raditi u Microsoft Wordu novije verzije, fontom Times New Roman veličine 12 sa razmakom 1,5 reda. Preporučuje se da celokupni rukopis ne bude manji od 5 strana i ne veći od 10 strana.

*Naslov rada.* Iznad naslova rada piše se ime (imena) autora i institucija (institucije) u kojoj radi (rade). Ne preporučuje se da na radu budu više od tri autora. Uz ime prvog autora treba staviti fusnotu koja sadrži elektronsku adresu autora. Ukoliko rad potiče iz doktorske ili magistarske teze u fusnoti treba da stoji i naziv teze, mesto i fakultet na kojem je odbranjena. Za rade koji potiču iz istraživačkih projekata treba navesti naziv i broj projekta, finansijera i instituciju u kojoj se realizuje.

*Izvod.* Izvod dužine 150-300 reči nalazi se na početku rada i sadrži cilj rada, primenjene metode, glavne rezultate i zaključke.

*Ključne reči.* Ključne reči se navode iza rezimea. Treba da ih bude minimalno 3, a maksimalno 6.

*Naslov rada, izvod i ključne reči* treba da budu prevedeni na engleski jezik.

*Osnovni tekst.* Radove treba pisati jezgrovito, razumljivim stilom i logičkim redom koji, po pravilu, uključuje uvodni deo s određenjem cilja ili problema rada, opis metodologije, prikaz dobijenih rezultata, kao i diskusiju rezultata sa zaključcima i implikacijama.

*Reference u tekstu.* Imena stranih autora u tekstu se navode u originalu ili u srpskoj transkripciji, fonetskim pisanjem prezimena, a zatim se u zagradi navodi izvorno, uz godinu publikovanja rada, npr. Miler (Miller, 1957.). Kada su dva autora rada, navode se prezimena oba, dok se u slučaju većeg broja autora navodi prezime prvog i skraćenica "i sar." ili "et al."

*Citati.* Svaki citat, bez obzira na dužinu, treba da prati referenci sa brojem strane. Za svaki citat duži od 350 znakova autor mora da ima i da priloži pismeno odobrenje vlasnika autorskih prava.

*Spisak literature.* Na kraju teksta treba priložiti spisak literature koja je navodena u tekstu. Bibliografska jedinica knjige treba da sadrži prezime i inicijale imena autora, godinu izdanja, naslov knjige (kurzivom), mesto izdanja i izdavača, npr:

*Poglavlje u knjizi* navodi se na sledeći način:

[1] Willis B. A.: Mineral Procesing Technology, Oxford, Pergamon Press (1979), str. 35.

Članak u časopisu navodi se na sledeći način: autor, godina izdanja (u zagradi), naslov članka, puno ime časopisa (kurzivom), volumen (boldovan), broj i stranice npr:

[2] Milošević N., Ristić M.. (2001): Kinetika procesa adsorpcije jona bakra iz otpadnih voda jame na jonoizmenjivaču Amberlit IR-120, Časopis Bakar, Bor, 26, 1, str. 113-118.

Web dokument: ime autora, godina, naziv dokumenta (kurzivom), datum kada je sajt posećen, internet adresa sajta, npr:

Degelman, D. (2000). APA Style Essentialis. Retrieved May 18, 2000. from WWW:  
<http://www.vanguard.edu/psychology/apa.pdf>

Kada se isti autor navodi više puta poštuje se redosled godina u kojima su radovi publikovani. Ukoliko se navodi veći broj radova istog autora publikovanih u istoj godini, radovi treba da budu označeni slovima uz godinu izdanja npr. 1999a, 1999b...

Navođenje neobjavljenih radova nije poželjno, a ukoliko je neophodno treba navesti što potpunije podatke o izvoru.

*Slike i tabele.* Svaka ilustracija i tabela mora biti razumljiva i bez čitanja teksta, odnosno, mora imati redni broj, naslov i legendu (objašnjenja oznaka, šifara i skraćenica).

Adresa redakcije je: **Časpis INOVACIJE I RAZVOJ**

**Institut za rudarstvo i metalurgiju,**

**Naučnotehnološka informatika,**

**Zeleni bulevar 35, 19210 Bor**

E-mail: **nti@irmbor.co.yu**

Radovi se šalju elektronskom poštom ili u drugom elektronskom obliku, kao i na PTT adresu.

Za obaveštenja koristiti telephone: 030/454-104; 030/435-198

*Svim autorima se zahvaljujemo na saradnji.*

**SADRŽAJ**  
**CONTENS**

B.Rajković, R. Rajković, Z. Ilić

**STATIČKE KARAKTERISTIKE U FUNKCIJI ODREDIVANJA RADNIH REŽIMA  
CIRKULACIONIH PUMPI INSTALACIJE CENTRALNOG TOPLOVODNOG  
GREJANJA SNAGE 100 KW**

STATICAL CHARACTERISTICS IN FUNCTION OF THE DETERMINATION OF THE  
OPERATING REGIMES OF CIRCULATING PUMPS AT A CENTRAL WARM  
WATER HEATING INSTALLATION WITH POWER CONSUMPTION OF 100 KW ..... 3

A. Ivanović, B. Čađenović, E. Požega, S. Ivanović

**MODIFIKOVANI BAKAR: EKOLOŠKA ALTERNATIVA ZA  
Cu-Cd LEGURU**

MODIFIED COPPER: ECOLOGICAL ALTERNATIVE TO  
Cu-Cd ALLOY ..... 13

M. Vujičić, N. Marković

**ANALIZA PUNE ELEKTRIFIKACIJE GRADSKOG PODRUČJA**

ANALYSIS OF URBAN AREA FULL ELECTRIFICATION ..... 25

N. Marković, M. Vujičić

**SNABDEVANJE ELEKTRIČNOM ENERGIJOM RAZLIČITIH  
GRUPA POTROŠAČA GRADSKOG PODRUČJA**

ELECTRICAL ENERGY SUPPLY OF DIFFERENT  
USERS GROUPS IN URBAN AREA ..... 31

D. Radivojević

**RAČUNANJE VREMENA**

TIME CALCULATION ..... 39

E. Požega, S. Ivanov, V. Conić, Ć. Abazi

**KOMPIJUTERSKI PROGRAM ZA POLINOM  
ČETVRTOG STEPENA**

COMPUTER PROGRAMME FOR POLINOMIAL OF  
FOURTH DEGREE ..... 51

**Izdavač:**

Institut za rudarstvo i metalurgiju, Bor  
Naučnotehnološka informatika

**Za izdavača imenuje se:**

Prof. dr Vlastimir Trujić

**Redakcioni odbor:**

Prof. dr Čedomir Knežević  
Dr Miroslav Ignjatović  
Mr Dušan Radivojević  
Mira Antić, dipl.ecc.  
Dr Dragan Milivojević  
Prof. dr Danko Davcev

**Izdavački odbor:**

Blaža Lekovski, dipl.inž.  
Nebojša Bućan, dipl. inž.  
Dragoljub Cvetković, dipl. inž.  
Mr Bojan Drobnjaković, dipl. inž.

**Glavni i odgovorni urednik:**

Dr Mile Bugarin

**Zamenik glavnog i odgovornog urednika**

Đorđe Stanković, dipl. inž.

**Urednik:**

Vesna Marjanović, dipl.inž.

**Lektor:**

Ljubiša Aleksić, prof.

**Priprema za štampu:**

Institut za rudarstvo i metalurgiju  
Ljiljana Mesarec, teh.

**Adresa redakcije:**

Institut za rudarstvo i metalurgiju  
19210 Bor  
Zeleni bulevar 35  
Telefoni: 030/435-198  
Fax: 030/435-175  
E-mail: nti@irmbor.co.rs

**Štampa:**

Grafomed trade Bor

**Tiraž:** 100 primeraka

**Publisher:**

Mining and Metallurgy Institute, Bor  
Scientific-technological Informatics

**For Publisher:**

Prof. D. Sc. Vlastimir Trujić

**Editorial Board:**

Prof. D. Sc. Čedomir Knežević  
D. Sc. Miroslav Ignjatović  
M. Sc. Dušan Radivojević  
Mira Antić, B. Sc.Econ.  
D. Sc. Dragan Milivojević  
Prof. D. Sc. Danco Davcev

**Publishing Board:**

Blaža Lekovski, B. Eng.  
Nebojša Bućan, B. Eng.  
Dragoljub Cvetković, B. Eng.  
M. Sc. Bojan Drobnjaković

**Editor in-chief**

D. Sc. Mile Bugarin

**Deputy Editor-in-chief**

Đorđe Stanković, B.Eng.

**Editor:**

Vesna Marjanović, B. Eng.

**Proofreading:**

Ljubiša Aleksić, prof.

**Printed in:**

Mining and Metallurgy Institute, Bor  
Ljiljana Mesarec

**Editorial Office Address:**

Mining and Metallurgy Institute  
19210 Bor,  
35 Zeleni bulevar  
Phone: 030/435-198  
Fax: 030/435-175  
E-mail: nti@irmbor.co.rs

**Printing:**

Grafomed trade Bor

**Circulation:** 100 copies

